අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2021 (2022)

10 - සංයුක්ත ගණිතය II

ලකුණු බෙදී යාමේ ආකාරය

II පත්‍රය

A කොටස	10 x 25	=	250
B කොටස	05 x 150	=	750

එකතුව $= \frac{1000}{10}$

II පත්‍රය අවසාන ලකුණු = 100

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බෝනෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමේ පොදු ශිල්පීය ක්‍රම

උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමේ හා ලකුණු ලැයිස්තුවල ලකුණු සටහන් කිරීමේ සම්මත ක්‍රමය අනුගමනය කිරීම අනිවාර්යයෙන් ම කළ යුතුවේ. ඒ සඳහා පහත පරිදි කටයුතු කරන්න.

1. උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමට රතුපාට බෝල් පොයින්ට් පෑනක් පාවිච්චි කරන්න.

2. සෑම උත්තරපත්‍රයකම මුල් පිටුවේ සහකාර පරීක්ෂක සංකේත අංකය සටහන් කරන්න.
   ඉලක්කම් ලිවීමේදී **පැහැදිලි ඉලක්කමෙන්** ලියන්න.

3. ඉලක්කම් ලිවීමේදී වැරදුණු අවස්ථාවක් වේ නම් එය පැහැදිලිව තනි ඉරකින් කපා හැර නැවත ලියා කෙටි අත්සන යොදන්න.

4. එක් එක් ප්‍රශ්නයේ අනු කොටස්වල පිළිතුරු සඳහා හිමි ලකුණු ඒ ඒ කොටස අවසානයේ △ ක් තුළ ලියා දක්වන්න. අවසාන ලකුණු ප්‍රශ්න අංකයත් සමඟ □ ක් තුළ, භාග සංඛ්‍යාවක් ලෙස ඇතුළත් කරන්න. ලකුණු සටහන් කිරීම සඳහා පරීක්ෂකවරයාගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා ඇති තීරුව භාවිත කරන්න.

උදාහරණ : ප්‍රශ්න අංක 03

(i) ..... √ $\frac{4}{5}$
.....
.....

(ii) ..... √ $\frac{3}{5}$
.....
.....

(iii) ..... √ $\frac{3}{5}$
.....
.....

03 (i) $\frac{4}{5}$ + (ii) $\frac{3}{5}$ + (iii) $\frac{3}{5}$ = $\boxed{\frac{10}{15}}$

බහුවරණ උත්තරපත්‍ර : (කවුළු පත්‍රය)

1. අ.පො.ස. (උ.පෙළ) හා තොරතුරු තාක්ෂණ විභාගය සඳහා කවුළු පත්‍ර දෙපාර්තමේන්තුව මගින් සකසනු ලැබේ. නිවැරදි වරණ කපා ඉවත් කළ සහතික කරන ලද කවුළුපතක් ඔබ වෙත සපයනු ලැබේ. සහතික කළ කවුළු පත්‍රයක් භාවිත කිරීම පරීක්ෂකගේ වගකීම වේ.

2. අනතුරුව උත්තරපත්‍ර හොඳින් පරීක්ෂා කර බලන්න. කිසියම් ප්‍රශ්නයකට එක් පිළිතුරකට වඩා ලකුණු කර ඇත්නම් හෝ එකම පිළිතුරක්වත් ලකුණු කර නැත්නම් හෝ වරණ කැපී යන පරිදි ඉරක් අඳින්න. ඇතැම් විට අයදුම්කරුවන් විසින් මුලින් ලකුණු කර ඇති පිළිතුරක් මකා වෙනත් පිළිතුරක් ලකුණු කර තිබෙන්නට පුළුවන. එසේ මකන ලද අවස්ථාවකදී පැහැදිලිව මකා නොමැති නම් මකන ලද වරණය මත ද ඉරක් අඳින්න.

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

3. කවුළු පත්‍රය උත්තරපත්‍රය මත නිවැරදිව තබන්න. නිවැරදි පිළිතුර ✓ ලකුණකින් ද, වැරදි පිළිතුර 0 ලකුණකින් ද වරණ මත ලකුණු කරන්න. නිවැරදි පිළිතුරු සංඛ්‍යාව ඒ ඒ වරණ තීරයට පහළින් ලියා දක්වන්න. අනතුරුව එම සංඛ්‍යා එකතු කර මුළු නිවැරදි පිළිතුරු සංඛ්‍යාව අදාළ කොටුව තුළ ලියන්න.

ව්‍යුහගත රචනා හා රචනා උත්තරපත්‍ර :

1. අයදුම්කරුවන් විසින් උත්තරපත්‍රයේ හිස්ව තබා ඇති පිටු හරහා රේඛාවක් ඇඳ කපා හරින්න. වැරදි හෝ නුසුදුසු පිළිතුරු යටින් ඉරි අඳින්න. ලකුණු දිය හැකි ස්ථානවල හරි ලකුණු යෙදීමෙන් එය පෙන්වන්න.

2. ලකුණු සටහන් කිරීමේදී ඕවර්ලන්ඩ් කඩදාසියේ දකුණු පස තීරය යොදා ගත යුතු වේ.

3. සෑම ප්‍රශ්නයකටම දෙන මුළු ලකුණු උත්තරපත්‍රයේ මුල් පිටුවේ ඇති අදාළ කොටුව තුළ ප්‍රශ්න අංකය ඉදිරියෙන් අංක දෙකකින් ලියා දක්වන්න. ප්‍රශ්න පත්‍රයේ දී ඇති උපදෙස් අනුව ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීම කළ යුතුවේ. සියලු ම උත්තර ලකුණු කර ලකුණු මුල් පිටුවේ සටහන් කරන්න. ප්‍රශ්න පත්‍රයේ දී ඇති උපදෙස්වලට පටහැනිව වැඩි ප්‍රශ්න ගණනකට පිළිතුරු ලියා ඇත්නම් අඩු ලකුණු සහිත පිළිතුරු කපා ඉවත් කරන්න.

4. පරීක්ෂාකාරීව මුළු ලකුණු ගණන එකතු කොට මුල් පිටුවේ නියමිත ස්ථානයේ ලියන්න. උත්තරපත්‍රයේ සෑම උත්තරයකටම දී ඇති ලකුණු ගණන උත්තරපත්‍රයේ පිටු පෙරළමින් නැවත එකතු කරන්න. එම ලකුණ ඔබ විසින් මුල් පිටුවේ එකතුව ලෙස සටහන් කර ඇති මුළු ලකුණට සමාන දැයි නැවත පරීක්ෂා කර බලන්න.

ලකුණු ලැයිස්තු සකස් කිරීම :

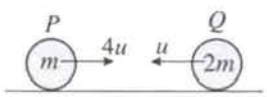
සියලු ම විෂයන්හි අවසාන ලකුණු ඇගයීම් මණ්ඩලය තුළදී ගණනය කරනු නොලැබේ. එබැවින් එක් එක් පත්‍රයට අදාළ අවසාන ලකුණු වෙන වෙනම ලකුණු ලැයිස්තුවලට ඇතුළත් කළ යුතු ය. I පත්‍රය සඳහා බහුවරණ පිළිතුරු පත්‍රයක් පමණක් ඇති විට ලකුණු ලැයිස්තුවට ලකුණු ඇතුළත් කිරීමෙන් පසු අකුරෙන් ලියන්න. අනෙකුත් උත්තරපත්‍ර සඳහා විස්තර ලකුණු ඇතුළත් කරන්න.

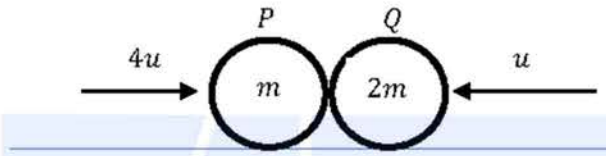
www.alevelapi.com

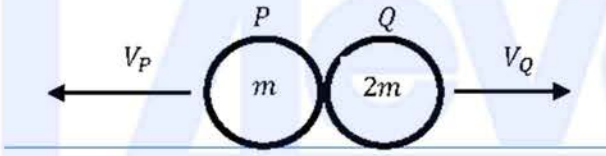
***

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

1. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය $2m$ වූ Q අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත එකම සරල රේඛාවක දිගේ පිළිවෙළින් $4u$ හා u වේගවලින් එකිනෙක දෙසට චලනය වෙමින් සරල ලෙස ගැටේ. P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{4}{5}$ වේ. ගැටුමෙන් පසු P හා Q අංශු එකිනෙකට ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වන බව පෙන්වන්න.
ගැටුමෙන් පසු P හා Q එකිනෙකට a දුරකින් පිහිටීම සඳහා ගතවන කාලය සොයන්න.







පද්ධතිය සඳහා $\underline{I} = \Delta(m\underline{V})$

$$0 = (2mV_Q - mV_P) - (4mu - 2mu) \quad (5)$$

$$\Rightarrow 2V_Q - V_P = 2u \quad (1)$$

P හා Q සඳහා $I = \Delta(m\underline{v})$

නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමයන්,

$$V_Q + V_P = \frac{4}{5}(4u + u) \quad (5)$$

$$V_Q + V_P = 4u \quad (2)$$

$\therefore V_Q = 2u$ හා $V_P = 2u$. (5)

නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමය

V_p හා V_Q දෙකම සඳහා

(1) + (2) : $V_Q > 0$ හා $V_P > 0$.

$\therefore P$ හා Q ගැටුමෙන් පසු ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශා වලට චලනය වේ. (5)

$V_p > 0$ හා $V_Q > 0$ දෙකම සඳහා හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශන සඳහා

$$\underline{V}(P,Q) = \underline{V}(P,E) + \underline{V}(E,Q)$$

$$= \overleftarrow{2u} + \overrightarrow{2u}$$

$$= 4u \leftarrow$$

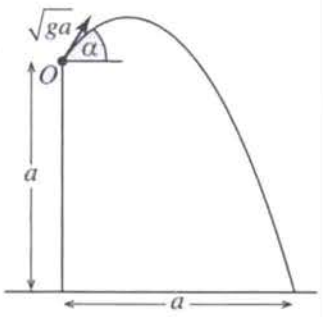
අවශ්‍ය කාලය $= \frac{a}{4u}$. (5)

$\frac{a}{4u}$ තිබීම.

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/පාඨමාන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

2. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, තිරස් ගෙබිමක සිට a සිරස් දුරකින් වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට $\sqrt{ga}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් හා තිරසට $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව, O සිට a තිරස් දුරකින් ගෙබිම හා ගැටේ. $\tan\alpha = 1+\sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.



From O to A $S = ut + \frac{1}{2}at^2$:

$\rightarrow \quad a = \sqrt{ga}\cos\alpha\ t$ ---------- (1) (5)

$\rightarrow s = u + \frac{1}{2}at^2$

$\uparrow \quad -a = \sqrt{ga}\ \sin\alpha\ t - \frac{1}{2}gt^2$ ---------- (2) (5)

$\uparrow s = u + \frac{1}{2}at^2$

(1) මඟින්, $t = \frac{a}{\sqrt{ga}\cos\alpha}$.

(2) මඟින්, $-a = a\tan\alpha - \frac{1}{2}g\frac{a^2}{ga\cos^2(\alpha)}$.

$\therefore \quad -2 = 2\tan\alpha - (1+tan^2\alpha).$ (5)

$\tan\alpha$ හි වර්ගජ සමීකරණය සඳහා

එනම්, $\quad tan^2\alpha - 2\tan\alpha - 1 = 0.$

$\therefore \tan\alpha = \frac{-2\pm\sqrt{4+4}}{2} = 1\pm\sqrt{2}$ (5)

$\pm$ දෙකම

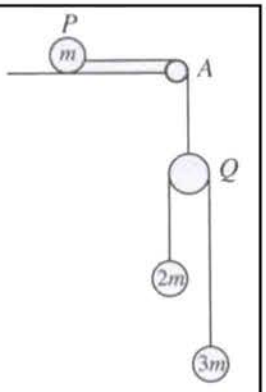
$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ බැවින් $(-)$ ලකුණ ගත නොහැක.

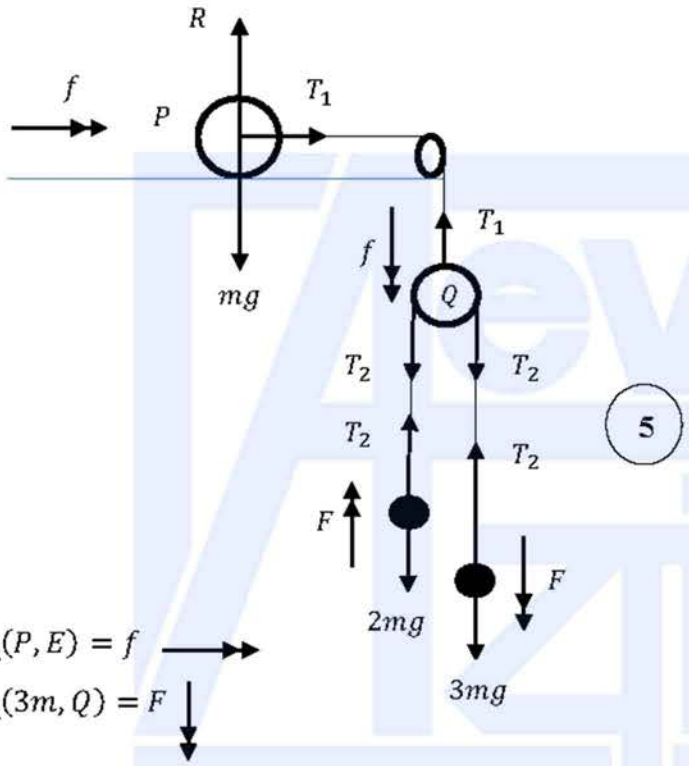
$\therefore \tan\alpha = 1+\sqrt{2}.$ (5)

නිවැරදි ලකුණ තෝරා ගැනීම

Alevel ඇසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

3. සුමට තිරස් මේසයක් මත ස්කන්ධය m වූ P අංගුවක් තබා, එය මේසයේ දාරයෙහි වූ A ලක්ෂ්‍යයෙහි ඇති අචල කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් සුමට සැහැල්ලු Q කප්පියකට සම්බන්ධ කර ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, Q කප්පිය මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ස්කන්ධ $2m$ හා $3m$ වන අංගු සම්බන්ධ කර ඇත. අංගු හා තන්තු සිරස් තලයක පිහිටයි. තන්තු තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. Q හි ත්වරණය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.

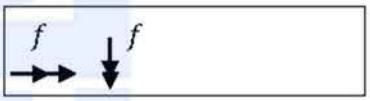




$\underline{a}(P, E) = f \rightarrow$

$\underline{a}(3m, Q) = F \downarrow$

5



$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීම;

$P \rightarrow \quad T_1 = mf$ (5)

$Q \downarrow \quad 2T_2 - T_1 = 0$ (5)

$2m \uparrow \quad T_2 - 2mg = 2m(F - f)$ (5)

$3m \downarrow \quad 3mg - T_2 = 3m(F + f)$ (5)

P සඳහා $\underline{F} = m\underline{a}$

Q සඳහා $\underline{F} = m\underline{a}$

$2m$ සඳහා $\underline{F} = m\underline{a}$

$3m$ සඳහා $\underline{F} = m\underline{a}$

හෝ

Q, $2m$ හා $3m$ $\downarrow \quad T_1 - 2mg - 3mg = 2m(f - F) - 3m(f + F)$

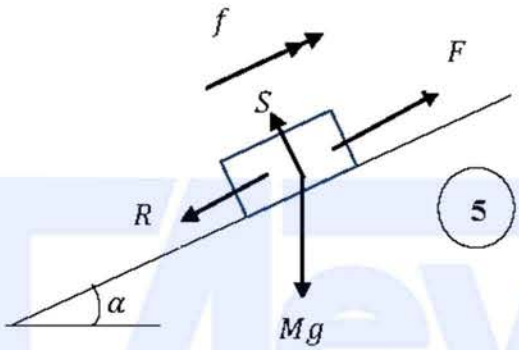
Q, $2m$ හා $2m$ සඳහා $\underline{F} = m\underline{a}$

සටහන: ඕනෑම ස්වායක්ත සමීකරණ 4කට (20)

25

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

4. ස්කන්ධය M kg වූ කාරයක් තිරසට $\sin^{-1}\left(\frac{1}{20}\right)$ ක ආනතියක් සහිත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ ඉහළට නියත ත්වරණයකින් ගමන් කරයි. එහි චලිතයට R N නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. එහි වේගය 36 km h^{-1} සිට 72 km h^{-1} දක්වා වැඩි කිරීමට කාරය ගමන් කළ දුර 500 m වේ. එහි වේගය 54 km h^{-1} වන විටදී කාරය යෙදූ ජවය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.



5

S ඇතිව හෝ නොමැතිව බල ලකුණු කිරීම සඳහා

$\sin\alpha = \frac{1}{20}$

$\frac{36 \times 1000}{3600} = 10\, ms^{-1}$

$\frac{72 \times 1000}{3600} = 20\, ms^{-1}$

$\frac{54 \times 1000}{3600} = 15\, ms^{-1}$

5

වේග තුනෙහිම පරිවර්තන සඳහා

$\nearrow v^2 = u^2 + 2as$:

$20^2 = 10^2 + 2f(500)$

$f = \frac{150}{500} = \frac{3}{10} ms^{-2}$

5

$v^2 = u^2 + 2as$ $\nearrow$ යෙදීම

$\nearrow \underline{F} = m\underline{a}$:

$F - R - Mg\sin\alpha = Mf$

5

$\underline{F} = m\underline{a}$ $\nearrow$ යෙදීම

$P = F \cdot V$

$= F \cdot 15$

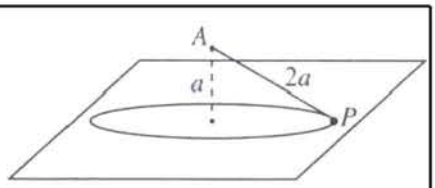
5

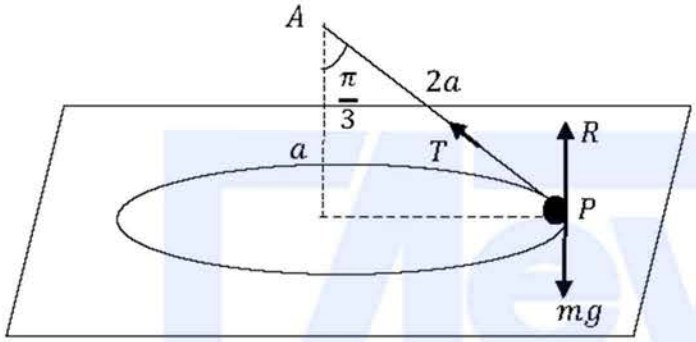
$P = F \cdot 15$ යෙදීම

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

5. දිග $2a$ වූ සැහැල්ලු අවිතනය තන්තුවක එක කෙළවරක් සුමට තිරස් මේසයක සිට a සිරස් දුරක් ඉහළින් වූ A අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ඇඳා ඇති ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, තන්තුව තදව ඇතිව $\sqrt{\frac{ga}{2}}$ ඒකාකාර වේගයෙන් තිරස් වෘත්තයක මේසය මත චලනය වේ (රූපය බලන්න). මේසය මගින් P මත ඇති කරන අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{5}{6}mg$ බව පෙන්වන්න.





5 බල සඳහා

$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්:

$\leftarrow T\sin\frac{\pi}{3} = m.\frac{ga}{2(2a\sin\frac{\pi}{3})}$ 5 $\underline{F} = m\underline{a}$ ←

$\therefore T = \frac{mg}{3}.$ 5 $T = \frac{mg}{3}$ කිරීම

$\uparrow\ R - mg + T\cos\frac{\pi}{3} = 0$ 5 $\underline{F} = m\underline{a}$ ↑

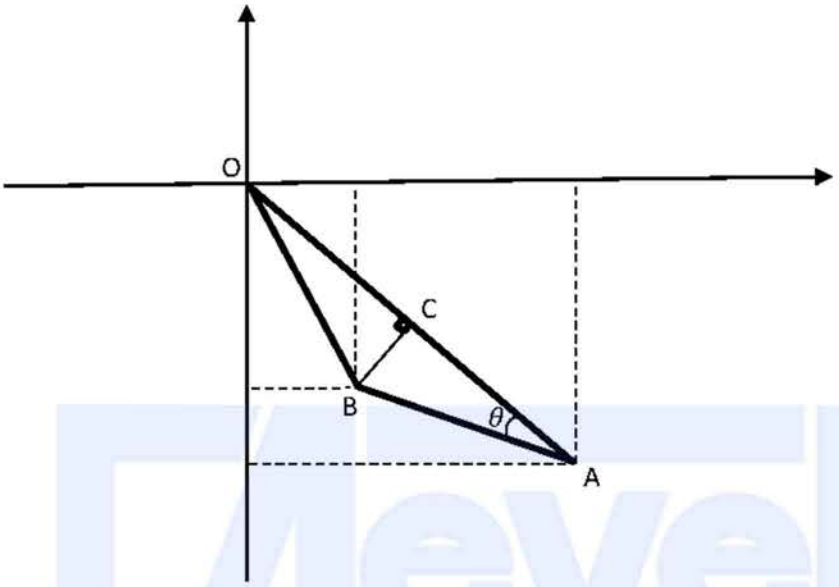
$\therefore R = mg - \frac{mg}{6}$

$= \frac{5}{6}mg$ 5 පිළිතුර සඳහා පියවර

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දේ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

6. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ හා $\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ වේ. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$ භාවිතයෙන්, $O\hat{A}B$ සොයන්න.

C යනු OA මත $O\hat{C}B = \frac{\pi}{2}$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ සොයන්න.



$\overrightarrow{OA} = 2\underline{i} - 3\underline{j}$ හා $\overrightarrow{OB} = \underline{i} - 2\underline{j}$

$\therefore \overrightarrow{AO} = -2\underline{i} + 3\underline{j}$ හා

$\overrightarrow{AB} = \left(\underline{i} - 2\underline{j}\right) - \left(2\underline{i} - 3\underline{j}\right)$ **5**

$= -\underline{i} + \underline{j}$

$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{AB}| \cos\theta$ **5**

$2 + 3 = \sqrt{13}\sqrt{2} \cos\theta$

$\therefore \quad \cos\theta = \frac{5}{\sqrt{26}}$ **5**

$\therefore \quad \theta = \cos^{-1}\left(\frac{5}{\sqrt{26}}\right)$

$\overrightarrow{OC} = \lambda \overrightarrow{OA}$, මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$, හා $\overrightarrow{CB} = \left(\underline{i} - 2\underline{j}\right) - \lambda(2\underline{i} - 3\underline{j})$

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$ gives as $2(1 - 2\lambda) - 3(-2 + 3\lambda) = 0$ **5**

$\therefore \quad \lambda = \frac{8}{13}$ **5**

හා $\quad \overrightarrow{OC} = \frac{8}{13}(2\underline{i} - 3\underline{j})$

$\underline{i}$ හා $\underline{j}$ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$ අර්ථ දැක්වීම හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයකට

$\cos\theta = \frac{5}{\sqrt{26}}$ තිබීම

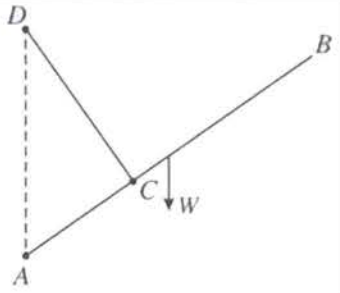
තීත් ගුණිකය භාවිතයෙන් $\hat{OCB} = \frac{\pi}{2}$ අවශ්‍යතාවයට

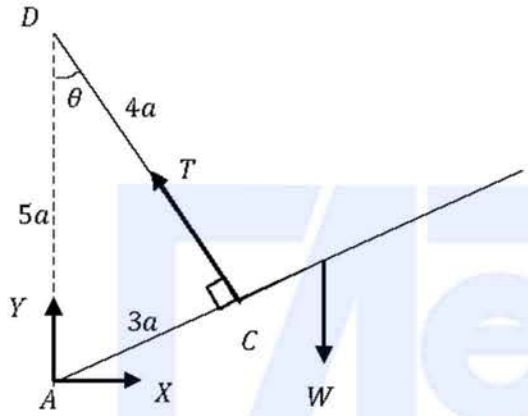
λ හි අගය හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයකට

25

Alevel ලාපි උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දේ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

7. දිග $8a$ හා බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක, එහි A කෙළවර අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. දිග $4a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් දණ්ඩ මත $AC = 3a$ වන පරිදි වූ C ලක්ෂ්‍යයට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර A ට සිරස්ව ඉහළින් $AD = 5a$ වන පරිදි වූ D අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත (රූපය බලන්න). දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ පවතී. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{16}{15}W$ බව පෙන්වන්න.
A හි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් සංරචකය ද සොයන්න.





5

බල සඳහා

$A\hat{C}D = \frac{\pi}{2}$ 5

$A\hat{C}D = \frac{\pi}{2}$; තිබීම

දණ්ඩේ සමතුලිතතාවය සඳහා:

$\curvearrowright A \quad W \times 4a\cos\theta - T \times 3a = 0$ 5

T සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණයක් සඳහා

$\therefore T = \frac{4W}{3}\cos\theta$

$= \frac{4W}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{16W}{15}$ 5

පිළිතුර සඳහා පියවර

$\rightarrow X = T\sin\theta$

$= \frac{16W}{15} \times \frac{3}{5}$

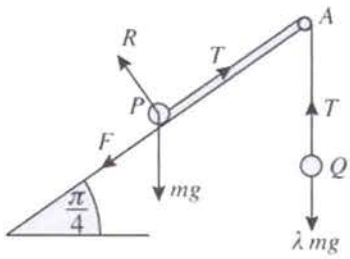
$= \frac{16W}{25}$ 5

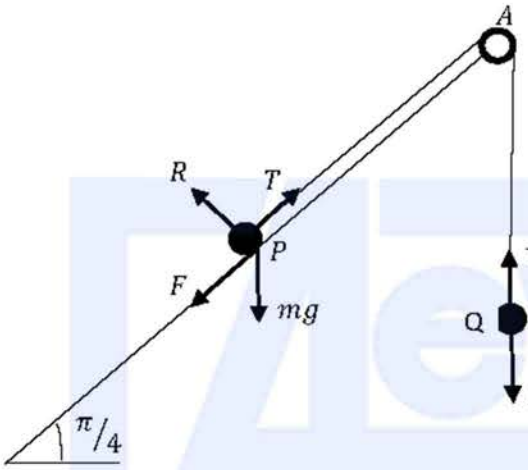
$\frac{16W}{25}$ තිබීම

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

8. තිරසට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත රළු තලයක් මත ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් තබා ඇත. රූපයෙහි දක්වා ඇති පරිදි, ආනත තලයේ දාරයට A හි දී සවිකර ඇති අවල කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් P අංශුවට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය $\lambda\, mg$ වූ Q අංශුවකට ද ඇදා ඇත. P අංශුව හා ආනත තලය අතර සර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. PA රේඛාව, ආනත තලයේ උපරිම බැවුම් රේඛාවක් වන අතර තන්තුව තදව ඇතිව P හා Q අංශු දෙක සමතුලිතතාවයේ පවති. $\frac{1}{2\sqrt{2}} \leq \lambda \leq \frac{3}{2\sqrt{2}}$ බව පෙන්වන්න. (අදාළ බල රූපයෙහි ලකුණු කර ඇත.)





For the equilibrium:

(P)

$$R - mg\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad (5)$$

$$\therefore \quad R = \frac{mg}{\sqrt{2}}$$

R හි අගය ලබා ගැනීමට සමීකරණයක් සඳහා

(Q)

$$T - \lambda mg = 0 \quad (5)$$

$$\therefore \quad T = \lambda mg$$

T හි අගය ලබා ගැනීමට සමීකරණයක් සඳහා

(P)

$$T - F - mg\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad (5)$$

$$\therefore \quad F = \lambda mg - \frac{mg}{\sqrt{2}} = \frac{mg}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}\lambda - 1)$$

F හි අගය ලබා ගැනීමට සමීකරණයක් සඳහා

P හි සමතුලිතතාවය සඳහා

$$\frac{1}{2} \geq \frac{|F|}{R} \quad (5)$$

ලිස්සා නොයෑමට, මාපාංකය සහිත අවශ්‍යතාවයට

$$\therefore \quad |\sqrt{2}\lambda - 1| \leq \frac{1}{2}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2\sqrt{2}} \leq \lambda \leq \frac{3}{2\sqrt{2}} \quad (5)$$

පිළිතුර සඳහා පියවර

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ්‍ය හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

9. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක **ස්වායත්ත** සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A)=\frac{1}{5}$ හා $P(B)=\frac{3}{4}$ බව දී ඇත. $P(A\cup B)$, $P(A|A\cup B)$ හා $P(B|A')$ සොයන්න; මෙහි A' මගින් A හි අනුපූරක සිද්ධිය දැක්වේ.

$$P(A)=\frac{1}{5}, P(B)=\frac{3}{4}$$

A හා B ස්වායත්ත නිසා,

ස්වායත්තතාව සඳහා අවශ්‍යතාවය

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B) \quad (5)$$

$$=\frac{3}{20}$$

$P(A\cup B)$ සඳහා සමීකරණය

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \quad (5)$$

$$=\frac{1}{5}+\frac{3}{4}-\frac{3}{20}=\frac{4}{5}$$

$$P(A|A\cup B)=\frac{P(A\cap(A\cup B))}{P(A\cup B)}=\frac{P(A)}{P(A\cup B)}=\frac{1/5}{4/5}=\frac{1}{4} \quad (5)$$

$\frac{1}{4}$ හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයකට

$$P(B|A')=\frac{P(B\cap A')}{P(A')}$$

$$P(B\cap A')=P(B)-P(A\cap B)=\frac{3}{4}-\frac{3}{20}=\frac{3}{5} \quad (5)$$

$\frac{3}{5}$ හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයකට

$$\left(\boxed{\text{හෝ}}\ P(B\cap A')=P(B)\cdot P(A')=\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{3}{5}\right)$$

$$P(B|A')=\frac{3/5}{4/5}=\frac{3}{4} \quad (5)$$

$\frac{3}{4}$ හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයකට

25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

10. යන නිඛිලමය නිරීක්ෂණ පහක කුලකයක මධ්‍යන්‍යය 6 ද පරාසය 10 ද වේ. එයට මාතයන් දෙකක් ඇත. මධ්‍යස්ථය, මාතයන්ගෙන් වෙනස් වේ නම්, නිරීක්ෂණ පහ සොයන්න.

සංඛ්‍යා ආරෝහණ පිළිවෙලට යැයි ගනිමු.

a, a, b, c, c

පරාසය 10 නිසා $c - a = 10$. (5)

පරාසය සඳහා අවශ්‍යකාවය

$\therefore c = a + 10$ ————(1)

මධ්‍යන්‍යය 6 නිසා, $\frac{2a+b+2c}{5} = 6$. ————(2) (5)

මෙය සඳහා හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයකට

(1) හා (2)මඟින් $4a + b + 20 = 30$

එනම්, $4a + b = 10$ ————(3) (5)

නිරීක්ෂණ නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණයකට

a හා b මත නිඛිල නිසා,

එවිට, (3) මඟින් $4a \leq 9$ හා

a සඳහා ගත හැකි අගයන් 1 හා 2 ලැබේ.

$a = 1$ නම්, එවිට $b = 6$.

$a = 2$ නම් එවිට, $b = 2$, හා මධ්‍යන්‍යය, මාතයන්ගෙන් වෙනස් නිසා මෙය විය නොහැක. (5)

මධ්‍යන්‍යය ≠ මාතයන් යෙදීමට

$\therefore$ සංඛ්‍යා $1, 1, 6, 11, 11$ වේ. (5)

1, 1, 6, 11, 11 කිහිම.

25

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

11. (*a*) P අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට සිරස්ව උඩු අතට u m s^{-1} ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබ තත්පර 4 කට පසුව A ලක්ෂ්‍යයක් වෙත ළඟා වන අතර, තවත් තත්පර 2 කට පසුව නැවත A වෙත පැමිණෙයි. P අංශුව දෙවනවරට A හි ඇති මොහොතේදී තවත් Q අංශුවක් O හි සිට සිරස්ව උඩු අතට එම u m s^{-1} ප්‍රවේගයෙන්ම ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එකම රූපසටහනක, P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

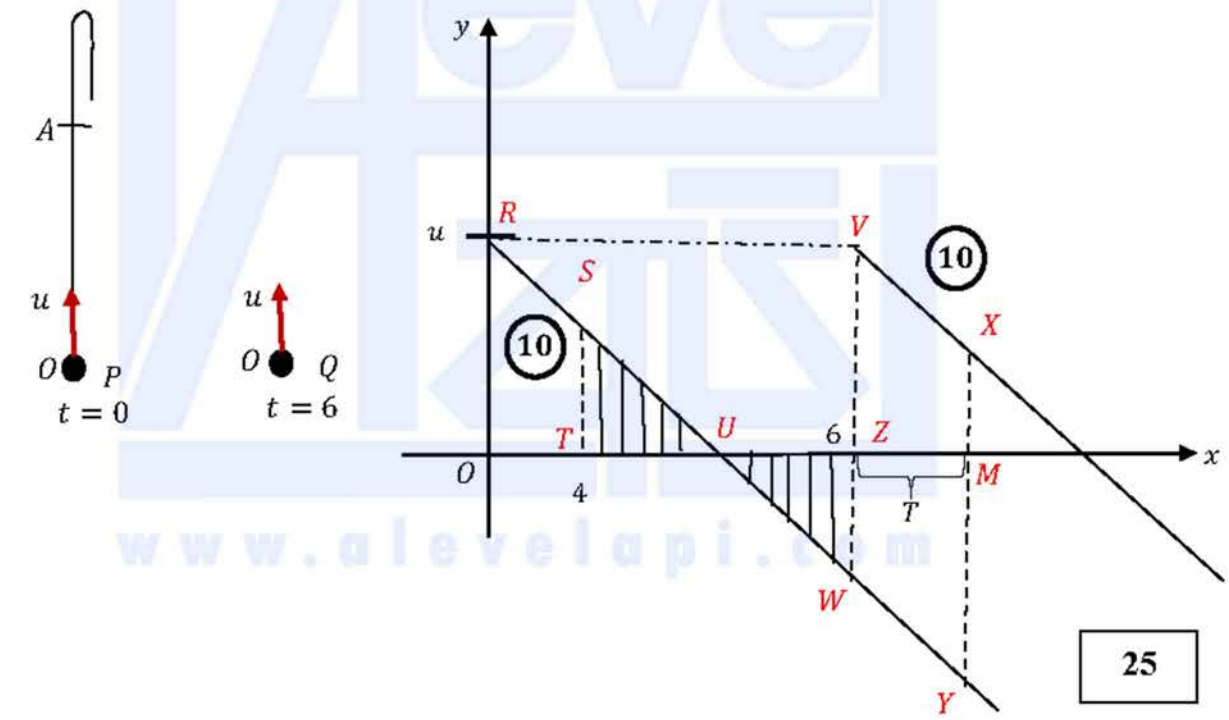
ඒ නයින්, g ඇසුරෙන් u හි අගය ද OA හි උස ද, P සමඟ ගැටීමට Q ගන්නා කාලය ද සොයන්න.

(*b*) S නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව u km h^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරු දෙසට යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතකදී, S වලින් d km දුරක් නැගෙනහිරින් P බෝට්ටුවක් පිහිටන අතර S වලින් $\sqrt{3}\,d$ km දුරක් දකුණෙන් වෙනත් Q බෝට්ටුවක් පිහිටයි. P බෝට්ටුව, පොළොවට සාපේක්ෂව $2u$ km h^{-1} ක ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක, S අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරන අතර Q බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව $3u$ km h^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක P අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරයි.

(i) P බෝට්ටුවට, S නැව අල්ලා ගැනීමට ගතවන කාලය $\dfrac{d}{\sqrt{3}\,u}$ h බව ද

(ii) Q බෝට්ටුව P බෝට්ටුව අල්ලා ගැනීමට පෙර P බෝට්ටුව S නැව අල්ලා ගන්නා බව ද පෙන්වන්න.

(a)



25

STU ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $=$ UZW ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය නිසා

$TU = UZ.$

$TZ = 2 \Longrightarrow TU = 1.$ (5)

$\therefore OU = 5.$ (5)

Alevel ලාපි උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ්‍ය හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

ROU ත්‍රිකෝණයෙන් $g = \frac{u}{5}$.

$\therefore u = 5g.$ (5)

STU ත්‍රිකෝණයෙන්, $g = \frac{ST}{1} = ST.$ (5)

OA හි උස $= ORST$ හි වර්ගඵලය

$$= \frac{1}{2}(OR + ST) \times OT \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2}(u + g) \times 4 \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} \times 6g \times 4$$

$$= 12g \quad (5)$$

P සමග ගැටීමට Q ගන්නා කාලය T යැයි ගනිමු.

$OA =$ $VZMX$ වර්ගඵලය $+$ $WZMY$ වර්ගඵලය

$=$ $VWYX$ වර්ගඵලය (10)

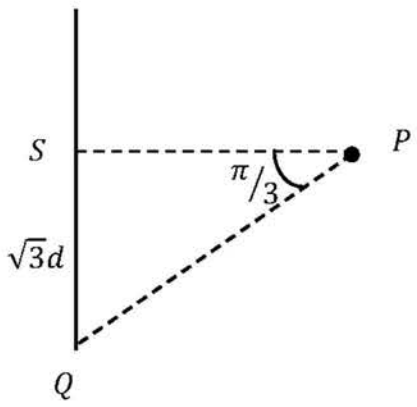
$$= \frac{1}{2}(VW + XT) \times ZM$$

$\therefore 12g = \frac{1}{2}(6g + 6g) \times T$ (10)

$\therefore T = 2$ sec. (5)

60

(b)



$\underline{V}(S, E) = \uparrow u$

$\underline{V}(P, E) = 2u$

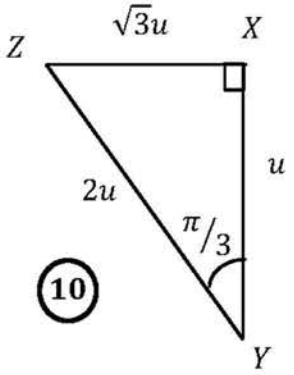
$\underline{V}(Q, E) = 3u$

$\underline{V}(P, S) = \leftarrow$

$\underline{V}(Q, P) =$

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(i)



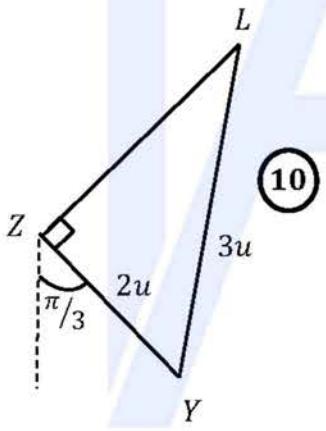
10

$$\underline{V}(P,S) = \underline{V}(P,E) + \underline{V}(E,S) \quad (5) + (5)$$
$$= \underline{V}(E,S) + \underline{V}(P,E)$$
$$= \overrightarrow{XY} + \overrightarrow{YZ}$$
$$= \overrightarrow{XZ}$$

අවශ්‍ය කාලය $= \frac{d}{XZ} = \frac{d}{\sqrt{3}u}\ h.$ (5)

25

(ii)



10

$$\underline{V}(Q,P) = \underline{V}(Q,E) + \underline{V}(E,P) \quad (5)$$
$$= \underline{V}(E,P) + \underline{V}(Q,E)$$
$$= \overrightarrow{ZY} + \overrightarrow{YL}$$
$$= \overrightarrow{ZL}$$

$ZL = \sqrt{(3u)^2 - (2u)^2} = \sqrt{5}u$ (5)

P හමුවීමට Q ගන්නා කාලය t_2 යැයි ගනිමු.

එවිට, $t_2 = \frac{\sqrt{3}\, d \sec(\pi/6)}{\sqrt{5}\, u}$

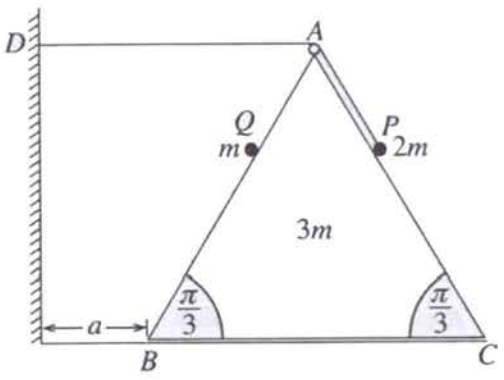
$= \frac{2d}{\sqrt{5}\, u}\ h.$ (10)

$\therefore\ t_1 < t_2.$ (10)

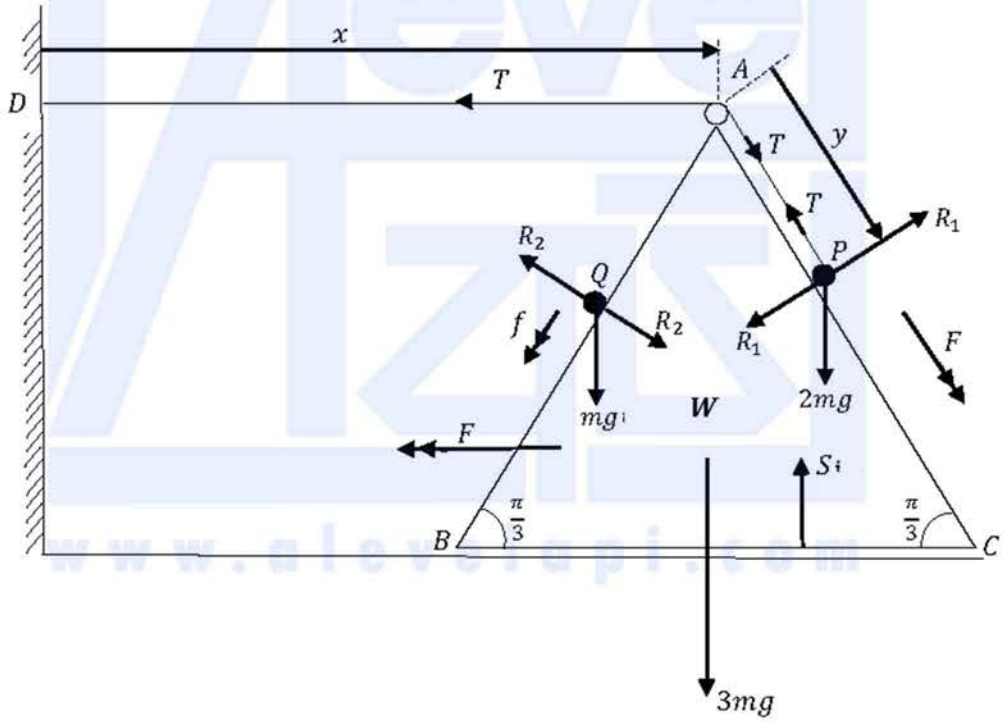
70

Alevel ඇසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

12. (*a*) රූපයෙහි ABC සමපාද ත්‍රිකෝණය, $AB = BC = AC = 6a$ ද වන, BC අඩංගු මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබන ලද ස්කන්ධය $3m$ වන සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ වේ. AB හා AC රේඛා, ඒවා අඩංගු මුහුණත්වල උපරිම බැවුම් රේඛා වේ. D ලක්ෂ්‍යය, AD තිරස් වන පරිදි ABC තලයෙහි කුඤ්ඤයෙහි B ලක්ෂ්‍යයෙහි සිට a දුරකින් වූ සිරස් බිත්තිය මත වූ අචල ලක්ෂ්‍යයකි. A හි සවිකර ඇති කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන දිග $5a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් AC මත තැබූ ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවකට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර බිත්තිය මත වූ අචල D ලක්ෂ්‍යයට සවිකර ඇත. ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවක් AB මත අල්වා තබා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, $AP = AQ = a$ ලෙස ඇතිව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. කුඤ්ඤය බිත්තියෙහි ගැටෙන මොහොතෙහිදී කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව Q හි ප්‍රවේගය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.



a)



$x + y =$ නියතයකි (5)

$\therefore \ddot{x} + \ddot{y} = 0$ _____(1) (5)

$\underline{a}(W, E) = F \leftarrow$ යැයි ගනිමු.

$\therefore \underline{a}(P, W) = F \searrow$ ((1) මඟින්) (5)

$\underline{a}(Q, W) = f \swarrow$ යැයි ගනිමු.

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්: (5) (බල සඳහා) (5) (ත්වරණ සඳහා)

P ↘ $2mg\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - T = 2m\left(F - F\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$ (5) (සමීකරණයට)

Q ↙ $mg\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = m\left(f + F\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$ (5) (සමීකරණයට)

(5) (5)

(P, Q හා W) පද්ධතිය සඳහා, ←

$T = 3mF + 2m\left(F - F\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) + m\left(F + f\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$ (5) (සමීකරණයට)

(5) (5) (5) (5)

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්:

← W $a = \frac{1}{2}Ft^2$ (5)

$v = u + at$ යෙදීමෙන්:

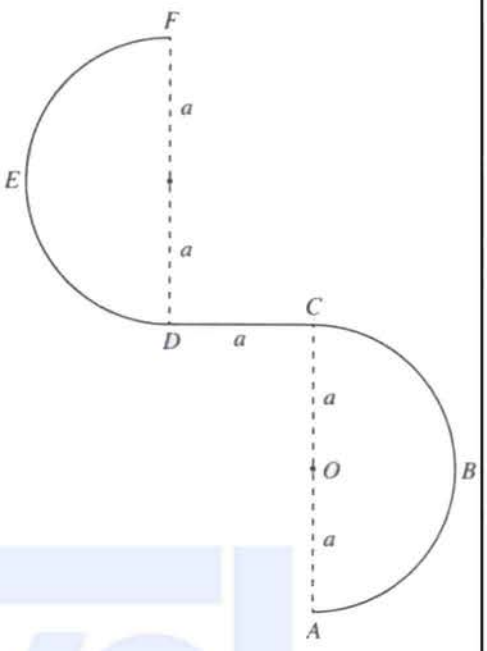
$v = ft$ (5)

80

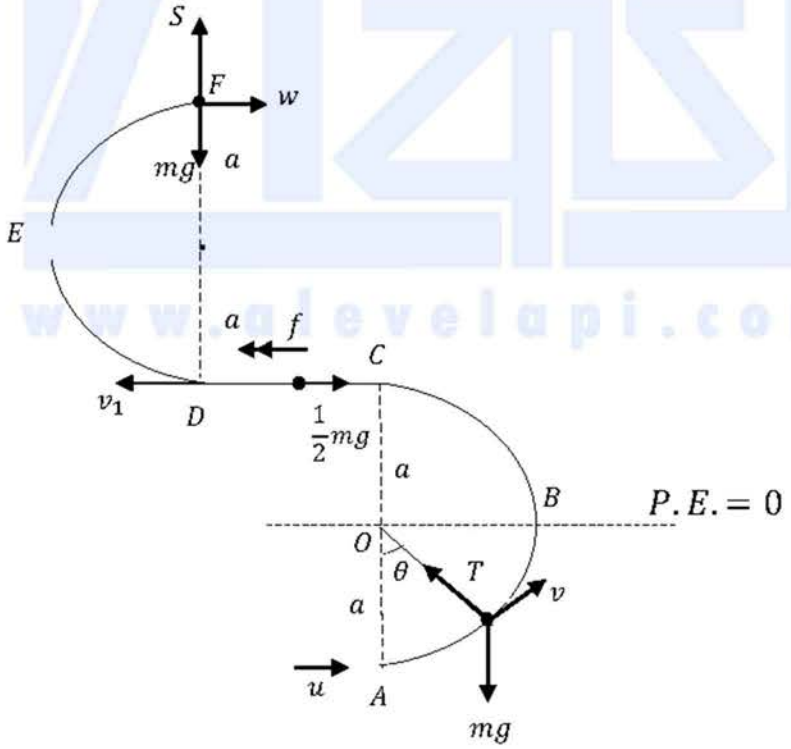
උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(*b*) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, $ABCDEF$ තුනී කම්බියක් සිරස් තලයක සවි කර ඇත. ABC කොටස, කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ තුනී **සුමට** අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක් වේ. CD කොටස, දිග a වූ තුනී **රළු** තිරස් කම්බියක් වේ. DEF කොටස ද අරය a වූ තුනී **සුමට** අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක් වේ. AC හා DF විෂ්කම්භ සිරස් වේ. ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට P පබලුවක් A හි තබා තිරස්ව $u\left(>3\sqrt{ag}\right)$ ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන අතර එය කම්බිය දිගේ චලිතය ආරම්භ කරයි. පබලුවෙහි C සිට D දක්වා චලිතය තුළ පබලුව මත කම්බිය මගින් ඇති කරන ඝර්ෂණ බලයේ විශාලත්වය $\frac{1}{2}mg$ බව දී ඇත. P පබලුවෙහි A සිට C දක්වා චලිතය තුළ $\overrightarrow{OA}$ සමග θ $(0 \le \theta \le \pi)$ කෝණයක් $\overrightarrow{OP}$ සාදන විට එහි v වේගය $v^2 = u^2 - 2ag(1 - \cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

F හිදී කම්බිය හැරයාමට මොහොතකට පෙර P පබලුවේ w වේගය $w^2 = u^2 - 9ag$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, එම මොහොතේදී කම්බිය මගින් P පබලුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.



b)



උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්,

$\frac{1}{2}mv^2 - mga\cos\theta = \frac{1}{2}mu^2 - mga$ (15) | PE (5) + KE (5) + සමීකරණය (5)

$\therefore\ v^2 = u^2 - 2ga(1-\cos\theta)$ (5)

$\theta = \pi$ විට, $v^2 = u^2 - 4ga$ _____(1) (5)

25

C සිට D දක්වා, $\leftarrow\ \underline{F} = m\underline{a}$:

$-\frac{1}{2}mg = mf$ (5)

$\therefore\quad f = -\frac{g}{2}$ (5)

$\leftarrow\ v^2 = u^2 + 2as:\ v_1{}^2 = (u^2 - 4ga) - 2\cdot\frac{g}{2}a$

$= u^2 - 5ga.$ (10)

(1) භාවිතයෙන්, $v_2{}^2 = v_1{}^2 - 4ga$ (10)

$= u^2 - 9ga.$ (5)

F හිදී: $\underline{F} = m\underline{a}\ \downarrow$

$mg - S = m\frac{v_2{}^2}{a}$ (5)

$\therefore\ S = mg - \frac{m}{a}(u^2 - 9ga)$ (5)

$= \frac{m}{a}(10ag - u^2)$ (5)

70

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

13. ස්වභාවික දිග $4a$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ද ඇඳා ඇත. අංශුව O ට $5a$ දුරක් පහළින් සමතුලිතතාවයේ එල්ලෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $4mg$ බව පෙන්වන්න.

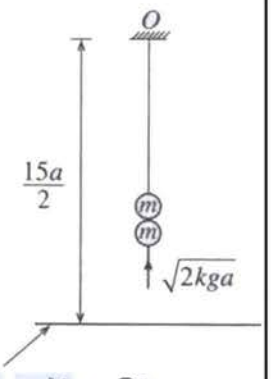
දැන්, ස්කන්ධය m වූ වෙනත් Q අංශුවක් සිරස්ව ඉහළට ගමන් කර P සමඟ ගැටී හාවී R සංයුක්ත අංශුවක් සාදයි. P අංශුව සමඟ ගැටීමට මොහොතකට පෙර Q අංශුවේ වේගය $\sqrt{2kga}$ වේ. R චලිතවීමට පටන් ගන්නා ප්‍රවේගය සොයන්න.

තන්තුව නොබුරුල්ව ඇතිව පසුව සිදුවන චලිතයේදී R සංයුක්ත අංශුවට O සිට දුර වන x යන්න $\ddot{x}+\frac{g}{2a}(x-6a)=0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

$X = x - 6a$ ලෙස ලියමින්, $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{2a}}$ වේ.

ඉහත සරල අනුවර්ති චලිතයේ කේන්ද්‍රය ද, $\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් c විස්තාරය ද සොයන්න.

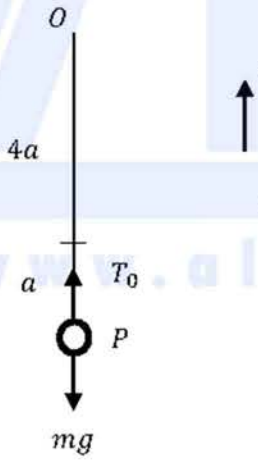
$k > 3$ නම් තන්තුව බුරුල් වන බව පෙන්වන්න.



අප්‍රත්‍යාස්ථ ගෙබිම

දැන්, $k = 8$ යැයි ගනිමු. P හා Q අංශු හාවූ මොහොතේ සිට O ලක්ෂ්‍යයට $\frac{15}{2}a$ දුරක් පහළින් වූ **අප්‍රත්‍යාස්ථ තිරස් ගෙබිමක** ගැටීමට R සංයුක්ත අංශුව ගන්නා කාලය සොයන්න.

R සංයුක්ත අංශුව ගෙබිම සමඟ ගැටුණු පසු ළඟා වන උපරිම උස ද සොයන්න.



P හිදී සමතුලිතතාවය සඳහා,

$T_0 = mg$ (5)

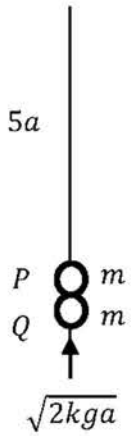
$T_0 = \frac{\lambda a}{4a} = \frac{\lambda}{4}$ (5)

$\therefore \lambda = 4mg$

(5)

www.alevelapi.com

Alevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

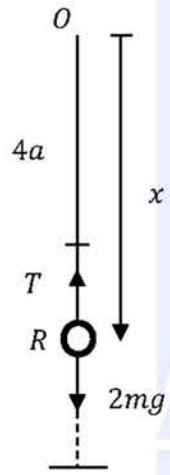


P හා Q සඳහා $\underline{I} = \triangle(m\underline{v})$ යෙදීමෙන්

$\uparrow 0 = 2mu - m\sqrt{2kga}$ (5)

$\therefore u = \sqrt{\frac{kga}{2}}$ (5)

10



R සඳහා $\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

$\uparrow$

$T - 2mg = -2m\ddot{x}$ (10)

$T = 4mg\frac{(x-4a)}{4a}$ (5)

$\therefore \frac{mg}{a}(x-4a) - 2mg = -2m\ddot{x}$

$\ddot{x} + \frac{g}{2a}(x-6a) = 0$ _____(1) (5)

20

$X = x - 6a$

$\therefore \dot{X} = \dot{x}$

$\therefore \ddot{X} = \ddot{x}$ (5)

එවිට $(1) \Rightarrow \quad \ddot{X} + \omega^2 X = 0$; මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{2a}}$. (5)

10

Alevel ලාපි උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

කේන්ද්‍රය $X = 0$ මඟින් දෙනු ලැබේ.

එනම්, $x = 6a$. (5)

$\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$_____(2)

$x = 5a$ විට, $X = -a$ හා $\dot{X} = -\frac{1}{2}\sqrt{2kga}$. (5)

එවිට $(2) \Rightarrow \frac{kga}{2} = \frac{g}{2a}(c^2 - a^2)$.

$\Rightarrow ka^2 = c^2 - a^2$.

$\Rightarrow c = \sqrt{k+1}\, a$. (5)

15

$k > 3$ යැයි ගනිමු. එවිට, $c > 2a$.

$\therefore$ විස්තාරය $> 2a$. (5)

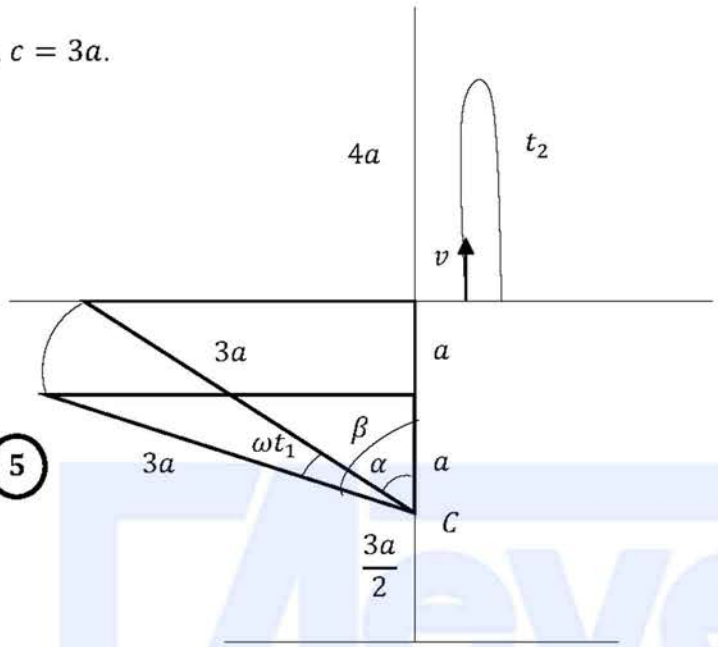
$\therefore$ තන්තුව බුරුල් වේ. (5)

10

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$\boxed{k = 8}$

එවිට, $c = 3a$.



5

$\cos\beta = \frac{1}{3}$ 5

$\cos\alpha = \frac{2}{3}$ 5

$\omega t_1 = \beta - \alpha$

$\therefore\ t_1 = \frac{1}{\omega}(\beta - \alpha)$ 5

දැන්, $v^2 = \frac{g}{2a}(9a^2 - 4a^2)$

$\therefore v = \sqrt{\frac{5}{2}ga}$ 5

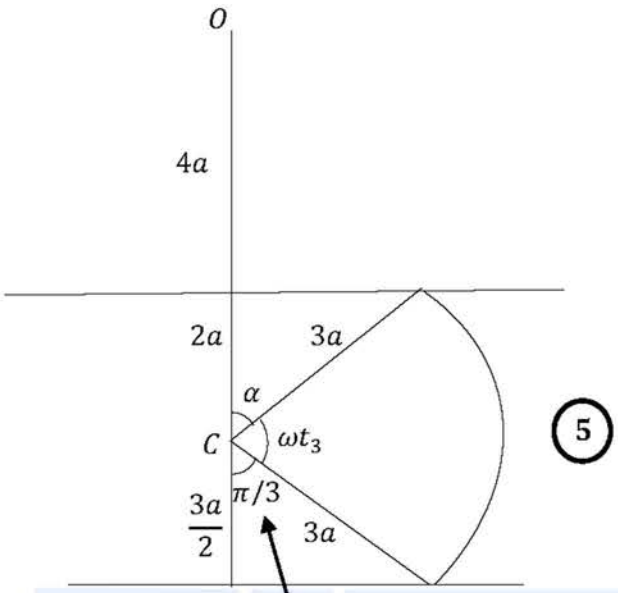
ගුරුත්වය යටතේ: $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

5

$0 = vt_2 - \frac{1}{2}g{t_2}^2.$

$\therefore\ t_2 = \frac{2v}{g} = \frac{2}{g}\sqrt{\frac{5}{2}ga} = \sqrt{\frac{10a}{g}}$ 5

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .



5

5

$\omega t_3 = \frac{2\pi}{3} - \alpha$ (5)

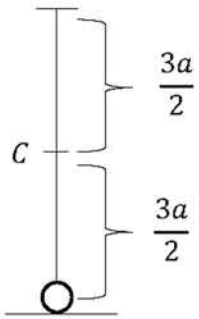
$\therefore\ t_3 = \frac{1}{\omega}\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$

$\therefore$ අවශ්‍ය කාලය $= t_1 + t_2 + t_3$

$$= \frac{1}{\omega}(\beta - \alpha) + \sqrt{\frac{10a}{g}} + \frac{1}{\omega}\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$$

$$= \sqrt{\frac{10a}{g}} + \sqrt{\frac{2a}{g}}\left\{\frac{2\pi}{3} + \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) - 2\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$$ (10)

60



ගෙබිමෙහි ගැටීමෙන් පසු, R සරල අනුවර්තී චලිතයේ පමණක් යෙදේ. (5)

$\therefore$ උපරිම උස $= \frac{3a}{2} + \frac{3a}{2}$

$= 3a$ (5)

10

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

14. (*a*) $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ශුන්‍ය නොවන හා සමාන්තර නොවන දෛශික යැයි ද $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ යැයි ද ගනිමු.

$\lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b} = \mathbf{0}$ නම්, $\lambda = 0$ හා $\mu = 0$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක් යැයි ගනිමු. AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D ද CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E ද වේ. AE (දික්කළ) හා BC රේඛා F හි දී හමුවේ. $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$ හා $\overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$ යැයි ගනිමු. ත්‍රිකෝණ ආකලන නියමය භාවිතයෙන් $\overrightarrow{AE} = \dfrac{\mathbf{a}+2\mathbf{b}}{4}$ බව පෙන්වන්න.

$\overrightarrow{AF} = \alpha\overrightarrow{AE}$ හා $\overrightarrow{CF} = \beta\overrightarrow{CB}$ වන්නේ ඇයි දැයි පැහැදිලි කරන්න; මෙහි $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ වේ.

ACF ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන් $(\alpha - 4\beta)\mathbf{a} + 2(\alpha + 2\beta - 2)\mathbf{b} = \mathbf{0}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, α හා β හි අගයන් සොයන්න.

(*b*) ABC යනු පැත්තක දිග $2a$ වූ සමපාද ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද D, E, F යනු පිළිවෙළින් AB, BC හා AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යැයි ද ගනිමු. විශාලත්ව $2P$, $\sqrt{3}\,P$, $2\sqrt{3}\,P$ හා αP වූ බල පිළිවෙළින් $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{DC}$ හා $\overrightarrow{BC}$ දිගේ ක්‍රියාකරයි. මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය, $\overrightarrow{AC}$ ට සමාන්තරව ක්‍රියාකරන බව දී ඇත. α හි අගය සොයන්න.

බල පද්ධතිය, A හරහා ක්‍රියාකරන විශාලත්වය R වූ තනි බලයකට හා විශාලත්වය G වූ යුග්මයක් සමගින් තුල්‍ය වේ. R හා G හි අගයන් සොයන්න.

මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව ලියා දක්වා සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව AB හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A හි සිට ඇති දුර සොයන්න.

දැන්, විශාලත්වය H වූ යුග්මයක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. මෙම අලුත් පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය B ලක්ෂ්‍ය හරහා ක්‍රියාකරයි. H හි අගය හා මෙම යුග්මය ක්‍රියාකරන අත සොයන්න.

(a)

$\underline{a}, \underline{b} \neq \underline{0}$ and $\underline{a} \nparallel \underline{b}$

$\lambda\underline{a} + \mu\underline{b} = \underline{0}$ _____(1)

If $\lambda \neq 0$ නම්, එවිට $\underline{a} = -\dfrac{\mu}{\lambda}\underline{b}$. (5)

www.alevelapi.com

මෙය දෙන ලද අවශ්‍යතාවට පරස්පර වේ.

$\therefore\ \lambda = 0.$ (5)

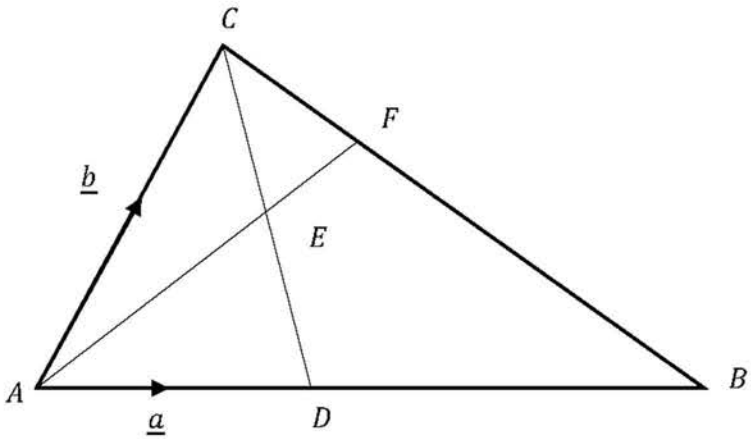
දැන්, (1) මඟින් $\mu\underline{b} = \underline{0}$ ලැබේ.

$\underline{b} \neq \underline{0}$ නිසා, $\mu = 0$ (5)

$\therefore\ \lambda = 0$ හා $\mu = 0$

15

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .



$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}$ (5)

$= \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ (5)

$= \frac{1}{2}\underline{a} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC})$ (5)

$= \frac{1}{2}\underline{a} + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\underline{a} + \underline{b}\right)$

$= \frac{\underline{a} + 2\underline{b}}{4}$. (5)

20

$AF \parallel AE$ (හෝ A, E, F එක රේඛීය වේ) (5)

$CF \parallel CB$ (හෝ C, F, B එක රේඛීය වේ) (5)

10

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF}$ (5)

$\therefore \alpha\overrightarrow{AE} = \underline{b} + \beta\overrightarrow{CB}$

$\therefore \alpha\left(\frac{\underline{a} + 2\underline{b}}{4}\right) = \underline{b} + \beta(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB})$ (5)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$\therefore\ \alpha\underline{a} + 2\alpha\underline{b} = 4\underline{b} + 4\beta(-\underline{b} + \underline{a})$

$\therefore\ (\alpha - 4\beta)\underline{a} + (2\alpha + 4\beta - 4)\underline{b} = \underline{0}$ (5)

$\underline{a}, \underline{b} \neq 0$ හා $\underline{a} \nparallel \underline{b}$ මගින්,

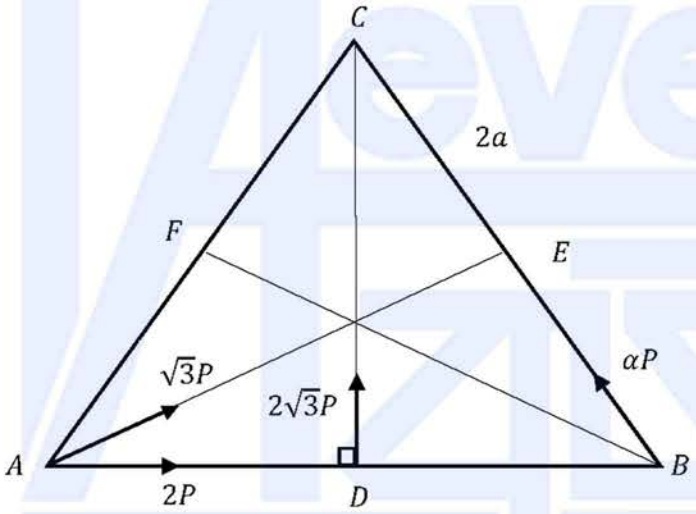
$\alpha - 4\beta = 0$ හෝ $2\alpha + 4\beta - 4 = 0$ ලැබේ.

$\therefore\ \alpha = \frac{4}{3}$ හා $\beta = \frac{1}{3}$

(5) (5)

25

(b)



$\rightarrow X = 2P + \sqrt{3}P\cos\frac{\pi}{6} - \alpha P\cos\frac{\pi}{3}$ (5)

$= 2P + \frac{3P}{2} - \frac{\alpha P}{2}$

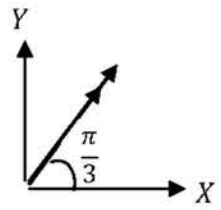
$= \frac{1}{2}(7 - \alpha)P$

$\uparrow Y = \sqrt{3}P\sin\frac{\pi}{6} + 2\sqrt{3}P + \alpha P\sin\frac{\pi}{3}$ (5)

$= \frac{\sqrt{3}}{2}P + 2\sqrt{3}P + \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha P$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}(5 + \alpha)P$

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.



$\tan\frac{\pi}{3} = \frac{Y}{X}$ (5)

$\therefore Y = \sqrt{3}X$

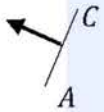
$i.e.\ \frac{\sqrt{3}}{2}(5+\alpha)P = \sqrt{3}.\frac{1}{2}(7-\alpha)P$

$\therefore\ \alpha = 1$ (5)

20

හෝ

(10)



$\alpha P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\sqrt{3}P\left(\frac{1}{2}\right) - \sqrt{3}P\left(\frac{1}{2}\right) - 2P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0.$ (5)

$\Rightarrow \alpha = 1 + 2 - 2.$

$\Rightarrow \alpha = 1.$

(5)

20

$R = \sqrt{3}P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2P\left(\frac{1}{2}\right) + 2\sqrt{3}P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + P\left(\frac{1}{2}\right)$ (10)

$= \frac{3P}{2} + \frac{2P}{2} + \frac{6P}{2} + \frac{P}{2}$

$= 6P.$

(5)

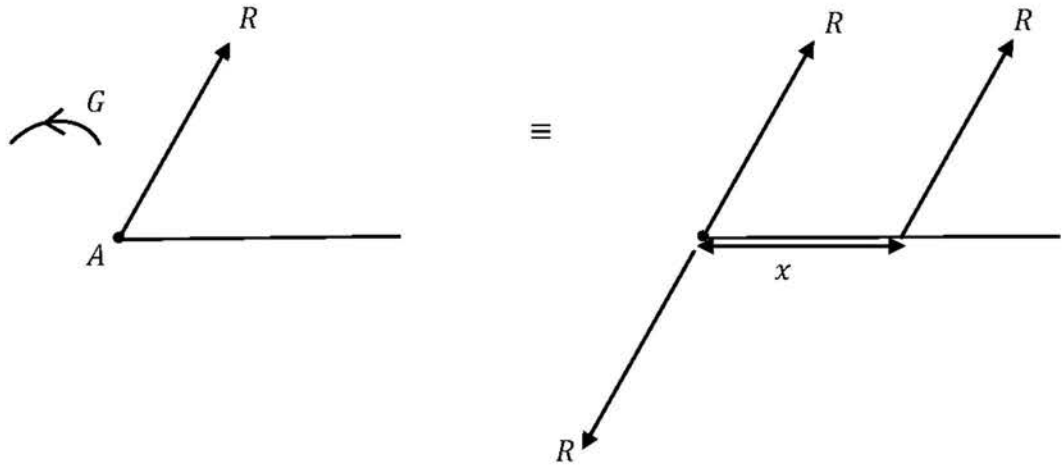
$A\ ;\ G = 2\sqrt{3}P.a + P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right).2a$ (5)

$G = 2\sqrt{3}Pa\left(1 + \frac{1}{2}\right)$

$G = 3\sqrt{3}Pa$ (5)

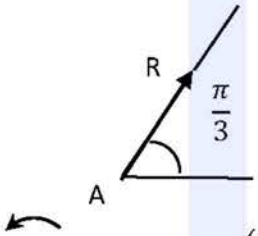
25

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.



සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය $= R = 6P$ (5)

දිශාව:

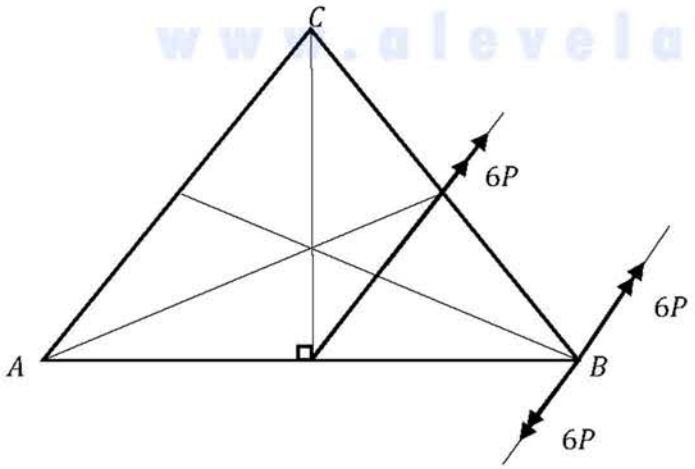


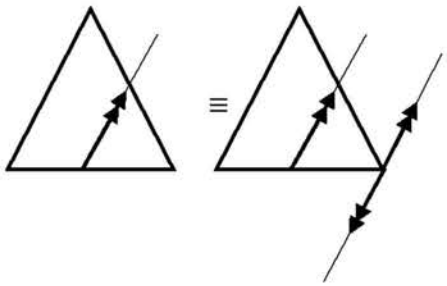
(5)

A ; $3\sqrt{3}Pa = 6P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)x$ (5)

$\therefore x = a$ (5)

20





(5)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$H = 6P.a\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= 3\sqrt{3}Pa$ (5)

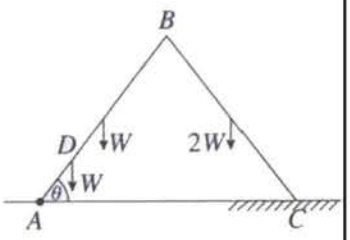
වාමාවර්තව (5)

15

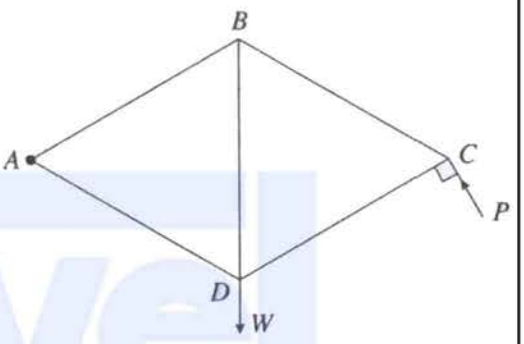
උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

15. (*a*) එක එකෙහි දිග $2a$ වන AB හා BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් B අන්තයේදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB හා BC දඬුවල බර පිළිවෙළින් W හා $2W$ වේ. A කෙළවර තිරස් ගෙබිමක් මත අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. $AD = \frac{a}{2}$ වන පරිදි AB දණ්ඩ මත වූ D ලක්ෂ්‍යයට බර W වූ අංශුවක් සවි කර ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත්තේ $B\hat{A}C = \theta$ ද BC දණ්ඩේ C කෙළවර ඉහත තිරස් ගෙබිමෙහි රළු කොටසක ද තිබෙන පරිදි ය. BC දණ්ඩ හා ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. $\cot\theta \leq \frac{15}{7}\mu$ බව පෙන්වන්න.

CB මගින් AB මත B සන්ධියෙහි දී ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.



(*b*) රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල, ඒවායේ අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කළ සමාන දිගින් යුත් AB, BC, CD, DA හා DB සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ. W භාරයක් D සන්ධියෙන් එල්ලා ඇති අතර රාමු සැකිල්ල A හි දී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස සන්ධි කර සිරස් තලයක BD සිරස්ව සමතුලිතව තබා ඇත්තේ එයට C සන්ධියෙහි දී CD දණ්ඩට ලම්බව රූපයෙහි පෙන්වා ඇති දිශාවට යෙදූ P බලයක් මගිනි.

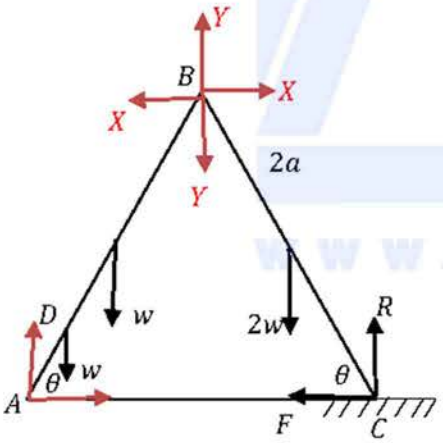


(i) P හි අගය සොයන්න.

(ii) බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, C, B හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් ඒවා සොයන්න.

(a)



පද්ධතිය සඳහා;

A ↷

$$R.4a\cos\theta - w\left(\frac{a}{2}\cos\theta + a\cos\theta\right) - 2w(2a\cos\theta + a\cos\theta) = 0$$ (15)

$$\therefore 4R = \frac{3}{2}w + 6w$$

$$R = \frac{15}{8}w.$$ (5)

BC සඳහා;

B ↷ $2wa\cos\theta + F2a\sin\theta - R.2a\cos\theta = 0$ (10)

$\therefore w + F\tan\theta = R$

Alevel ඇසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$\therefore F\tan\theta = \frac{15}{8}w - w.$

$\therefore F = \frac{7}{8}w\cot\theta.$ (5)

සමතුලිතතාවය සඳහා,

$$\mu \geq \frac{F}{R}.$$

$$\frac{7}{8}w\cot\theta \leq \mu\frac{15}{8}w$$

$$\cot\theta \leq \frac{15}{7}\mu.$$ (5)

45

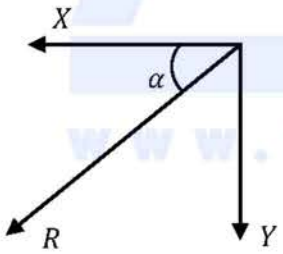
$\leftarrow$ BC: $X = F = \frac{7}{8}w\cot\theta$ (5)

$\uparrow R + Y = 2w$ (5)

$Y = 2w - R$

$= 2w - \frac{15}{8}w$

$= \frac{w}{8}$ (5)



$R^2 = X^2 + Y^2$

$= \frac{49}{64}w^2cot^2\theta + \frac{w^2}{64}$

$R = \frac{w}{8}\sqrt{1 + 49\,cot^2\theta}$ (5)

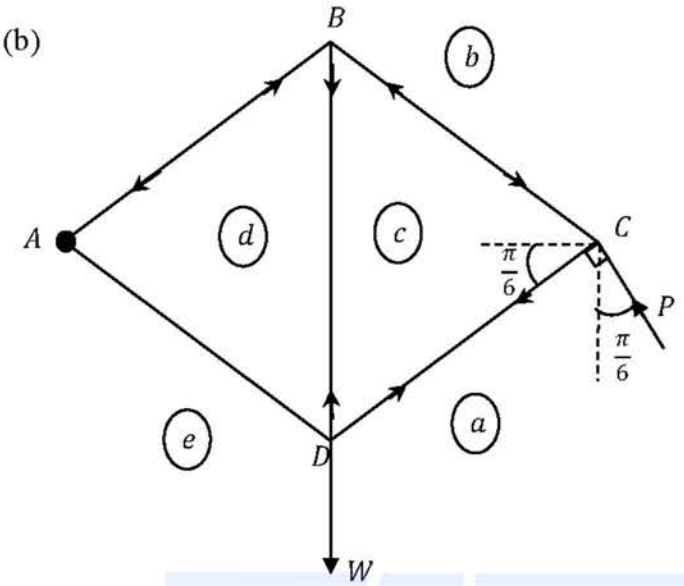
$\tan\alpha = \frac{Y}{X} = \frac{{}^{w}/_{8}}{7{}^{w}/_{8}\cot\theta} = \frac{\tan\theta}{7}$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\tan\theta}{7}\right)$ (5)

20

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(b)

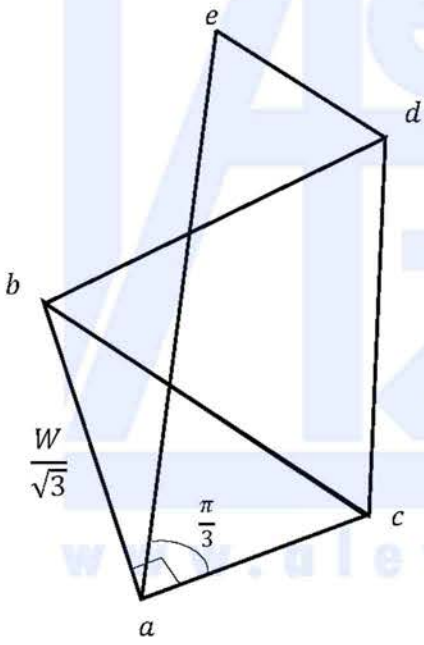


$A \quad P\cos\frac{\pi}{6}.2x - Wx = 0$ (5)

(මෙහි $AC = 2x$)

$\therefore P = \frac{W}{\sqrt{3}}$ (5)

10



(10) + (10) + (10)

සන්ධි එක එකක් සඳහා (10)

30

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

දණ්ඩ	ආතතිය	තෙරපුම
AB		$\frac{2W}{3}$
BC		$\frac{2W}{3}$
CD	$\frac{W}{3}$	
DA	$\frac{W}{3}$	
BD	$\frac{2W}{3}$	

විශාලත්වයට (5) බැගින්

ආතති/තෙරපුම් (15)

5 ම නිවැරදි නම් (15)

4 ක් පමණක් නිවැරදි නම් (10)

3 ක් පමණක් නිවැරදි නම් (5)

50

---

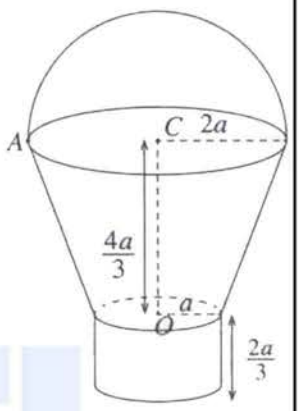
www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

16. (i) අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාපයක හැඩයෙන් යුත් තුනී ඒකාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද,

(ii) උස h වූ ඒකාකාර කුහර සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{1}{3}h$ දුරකින් ද,

පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, උඩත් හා යටත් වෘත්තාකාර ගැටිවල අරයන් පිළිවෙළින් $2a$ හා a වූ ද උස $\frac{4a}{3}$ වූ ද කුහර සෘජු වෘත්තාකාර කේතු ජින්නකයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කබොලකට, පහත දැක්වෙන කොටස් එක එකක් මෙම කබොල හමුවන ස්ථානවලදී දෘඪ ලෙස සවි කිරීමෙන් බාල්දියක් සාදා ඇත.

- අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ ඒකාකාර තුනී වෘත්තාකාර තැටියක්,
- අරය a හා උස $\frac{2a}{3}$ වූ කුහර සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කබොලක්,
- අරය $2a$ හා කේන්ද්‍රය C වූ අර්ධ වෘත්තයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කම්බියක්

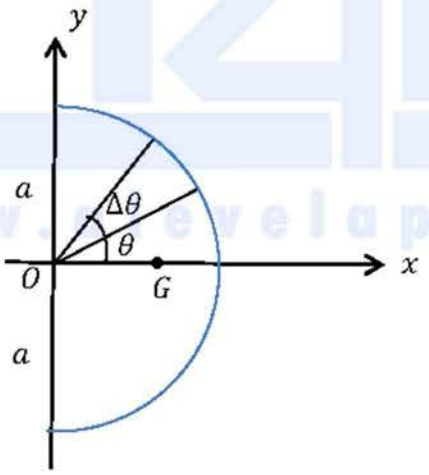
ජින්නකයේ, තැටියේ හා සිලින්ඩරයේ ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය σ ද කම්බියේ ඒකක දිගක ස්කන්ධය $11a\sigma$ ද වේ.

බාල්දියෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට දුර $(10\pi+27)\frac{a}{9\pi}$ බව පෙන්වන්න.

කම්බිය, ජින්නකයේ උඩත් ගැටිය හමුවන A ලක්ෂ්‍යයෙන් බාල්දිය සිරස් තන්තුවකින් නිදහසේ එල්ලනු ලැබූ විට සමතුලිත පිහිටීමේදී OC යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

(i)

අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බිය



සමමිතියෙන්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G, x අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$\Delta m = a\Delta\theta\rho$, මෙහි ρ යනු ඒකක දිගක ස්කන්ධය වේ.

$OG = \bar{x}$ යැයි ගනිමු.

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

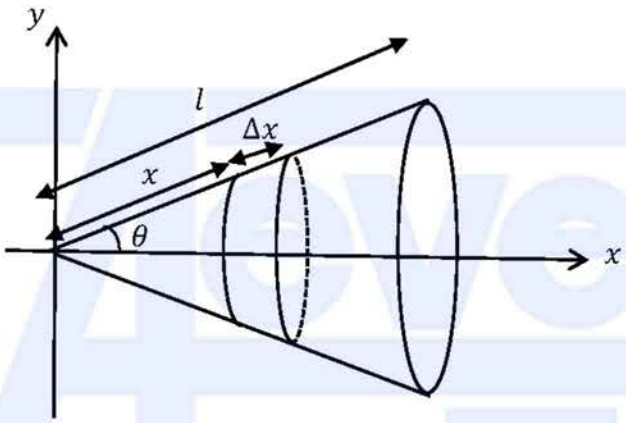
එවිට

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho \cos\theta \, d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho \, d\theta} = \frac{a \sin\theta \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}}{\theta \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}} = \frac{2a}{\pi}$$

(5) (5) (5) (5) (5)

30

(ii)



සමමිතියෙන්, ස්කන්ධය කේන්ද්‍රය G , x අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$$h = l\cos\theta$$

$\Delta m = 2\pi(x\sin\theta)\Delta x\sigma$, මෙහි σ යනු ඒකක දිගක ස්කන්ධය වේ.

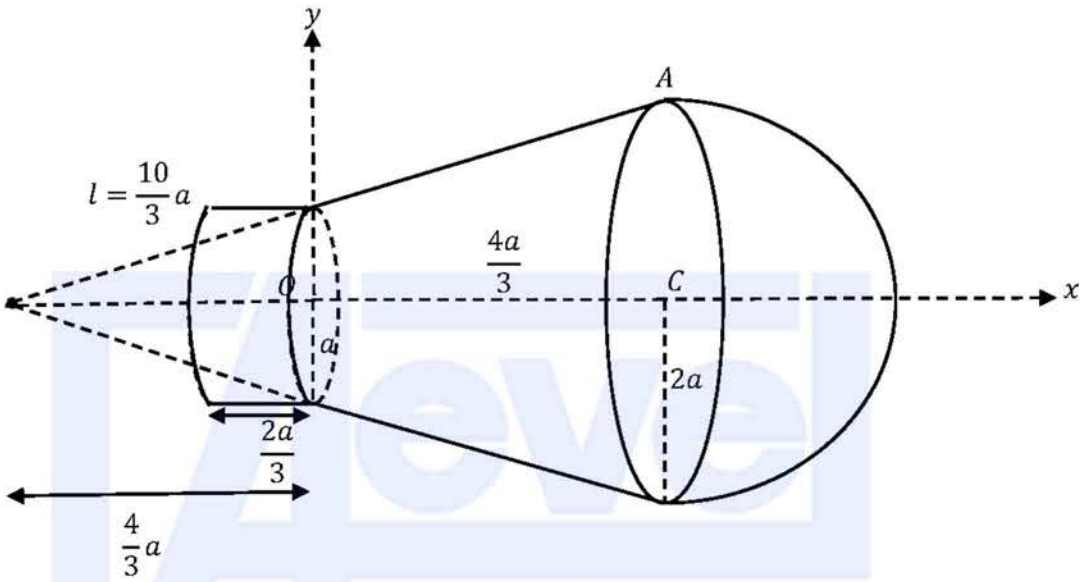
$$\therefore \bar{x} = \frac{\int_0^l x\cos\theta \; 2\pi\sigma x \sin\theta \, dx}{\int_0^l 2\pi\sigma x \sin\theta \, dx} = \frac{\cos\theta \int_o^l x^2 dx}{\int_o^l x \, dx} = \frac{h/2 \frac{x^3}{3}\Big|_0^l}{\frac{x^2}{2}\Big|_0^l} = \frac{2h}{3}$$

(5) (5) (5) (5) (5)

$\therefore$ අවශ්‍ය දුර $= \frac{h}{3}$.

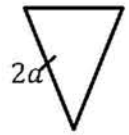
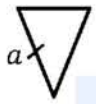
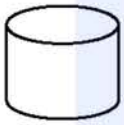
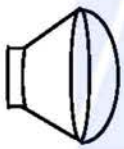
30

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .



www.alevelapi.com

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

වස්තුව	ස්කන්ධය	O සිට දුර $(\uparrow)$	
	$\pi(2a)(11a\sigma)$ $= 22\pi a^2\sigma$ (5)	$\frac{4}{3}a + 2\frac{(2a)}{\pi} = \frac{4}{3}a + \frac{4a}{\pi}$	(5)
	$\pi(2a)\left(\frac{10}{3}a\right)\sigma$ $= \frac{20}{3}\pi a^2\sigma$ (5)	$\left[\frac{2}{3}\left(\frac{8}{3}a\right) - \frac{4}{3}a\right] = \frac{4}{9}a$	(5)
	$\pi(a)\left(\frac{5}{3}a\right)\sigma$ $= \frac{5}{3}\pi a^2\sigma$ (5)	$-\frac{1}{3}\left(\frac{4}{3}a\right) = -\frac{4}{9}a$	(5)
	$2\pi a\left(\frac{2}{3}a\right)\sigma$ $= \frac{4}{3}\pi a^2\sigma$ (5)	$-\frac{1}{3}a$	(5)
	$\pi a^2\sigma$	0	(5)
	$22\pi a^2\sigma + \frac{20}{3}\pi a^2\sigma + \frac{5}{3}\pi a^2\sigma + \frac{4}{3}\pi a^2\sigma$ $= \frac{88}{3}\pi a^2\sigma$ (5)	$\bar{x}$	

සමමිතියෙන් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය x අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$$\frac{88}{3}\pi a^2\sigma\bar{x} = 22\pi a^2\sigma\left(\frac{4}{3}a + \frac{4a}{\pi}\right) + \frac{20}{3}\pi a^2\sigma\left(\frac{4}{9}a\right) - \frac{5}{3}\pi a^2\sigma\left(-\frac{4}{9}a\right) + \frac{4}{3}\pi a^2\sigma\left(-\frac{1}{3}a\right)$$

$$\frac{88}{3}\bar{x} = 4a\left(\frac{22}{3} + \frac{22}{\pi} + \underbrace{\frac{20}{27} + \frac{5}{27} - \frac{1}{9}}_{\frac{22}{27}}\right) \qquad (15)$$

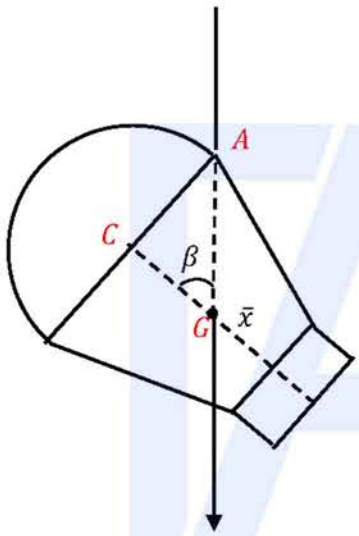
$$\frac{88}{3}\bar{x} = 22 \times 4a\left(\frac{10}{27} + \frac{22}{\pi}\right)$$

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$$\frac{88}{3}\bar{x} = 88a\left(\frac{(10\pi + 27)}{27\pi}\right)$$

$$\bar{x} = \frac{a}{9\pi}(10\pi + 27) \quad (5)$$

75



(5)

$$\tan\beta = \frac{AC}{CG} = \frac{2a}{\frac{4}{3}a - \bar{x}} \quad (5)$$

$$= \frac{18\pi}{27 - 2\pi} \quad (5)$$

$$\therefore \beta = \tan^{-1}\left(\frac{18\pi}{27 - 2\pi}\right)$$

15

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

17. (*a*) *A* හා *B* සර්වසම පෙට්ටි එක එකක, පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම බෝල 10 බැගින් අඩංගු වේ. *A* පෙට්ටියේ සුදු පාට බෝල 6 ක් ද රතු පාට බෝල 4 ක් ද, *B* පෙට්ටියේ සුදු පාට බෝල 8 ක් ද රතු පාට බෝල 2 ක් ද අඩංගු වේ. පෙට්ටියක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගෙන, එම පෙට්ටියෙන් එකකට පසු අනෙක ලෙස, ප්‍රතිස්ථාපන රහිතව සසම්භාවී ලෙස බෝල 3 ක් ඉවතට ගනු ලබයි.

(i) රතු පාට බෝල දෙකක් හා සුදු පාට බෝලයක් ඉවතට ගැනීමේ

(ii) රතු පාට බෝල දෙකක් හා සුදු පාට බෝලයක් ඉවතට ගත් බව දී ඇති විට *A* පෙට්ටිය තෝරාගෙන තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) $\bar{x}$ හා σ_x යනු පිළිවෙළින් $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය යැයි ද $i = 1, 2, \ldots, n$ සඳහා $y_i = \frac{x_i - \alpha}{\beta}$ යැයි ද ගනිමු; මෙහි α හා β (>0) තාත්ත්වික නියත වේ. $\bar{y} = \frac{\bar{x} - \alpha}{\beta}$ හා $\sigma_y = \frac{\sigma_x}{\beta}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\bar{y}$ හා σ_y යනු පිළිවෙළින් $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය වේ.

සමාගමක සේවකයින් 100 දෙනකුගේ රක්ෂණ සැලැස්මක් සඳහා මාසික වාරික පහත සංඛ්‍යාත වගුවෙන් දෙනු ලැබේ.

මාසික වාරිකය (රුපියල්) x	සේවකයින් ගණන
1500 – 3500	30
3500 – 5500	40
5500 – 7500	20
7500 – 9500	10

$y = \frac{x - 500}{1000}$ පරිණාමනය භාවිතයෙන්, y හි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ද, $\frac{3(\text{මධ්‍යන්‍යය} - \text{මධ්‍යස්ථය})}{\text{සම්මත අපගමනය}}$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන y හි කුටිකතා සංගුණකය ද නිමානය කරන්න.

ඒ නයින්, x හි මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා කුටිකතා සංගුණකය නිමානය කරන්න.

(a)

www.alevelapi.com

X යනු රතු බෝල දෙකක් හා එක් සුදු බෝලයක් ඉවතට ගැනීමේ සිද්ධිය යැයි ගනිමු.

(i) $P(X) = P(X|A)P(A) + P(X|B)P(B)$ _____(1) (5)

$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$. (5)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$$P(X|A) = \underset{(5)}{\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{6}{8}} + \underset{(5)}{\frac{4}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}} + \underset{(5)}{\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}}$$

$$= \frac{3}{10}. \quad (5)$$

$$P(X|B) = \underset{(5)}{\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}\times\frac{8}{8}} + \underset{(5)}{\frac{2}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{1}{8}} + \underset{(5)}{\frac{8}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{1}{8}}$$

$$= \frac{1}{15}. \quad (5)$$

(1) මඟින්,

$$P(X) = \frac{3}{10}\times\frac{1}{2} + \frac{1}{15}\times\frac{1}{2} = \frac{11}{60} \quad \text{ලැබේ.} \quad (5)$$

55

(ii)

$$P(A|X) = \frac{P(X|A)P(A)}{P(X)} \quad (5) \quad [\text{හෝ බේස් ප්‍රමේයය}]$$

$$= \frac{\frac{3}{10}\times\frac{1}{2}}{\frac{11}{60}}$$

$$= \frac{9}{11} \quad (5)$$

10

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(b) $y_i = \dfrac{x_i - \alpha}{\beta}$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{n\beta} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \alpha)$$

$$= \frac{1}{n\beta} \left\{ \sum_{i=1}^{n} x_i - n\alpha \right\}$$

$$= \frac{1}{\beta} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - \alpha \right\}$$

$$= \frac{\bar{x} - \alpha}{\beta}. \quad (5)$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}{n} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \alpha}{\beta} - \frac{\bar{x} - \alpha}{\beta} \right)^2$$

$$= \frac{1}{n\beta} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{\sigma_x^2}{\beta^2}$$

$$\therefore \sigma_y = \frac{\sigma_x}{\beta} \quad (5) \quad (\because$$

20

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දේ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

(5) (5) (5)

පන්ති ප්‍රාන්තර x	f	පන්ති ප්‍රාන්තර y	මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය y	fy	fy^2
1500-3500	30	1-3	2	60	120
3500-5500	40	3-5	4	160	640
5500-7500	20	5-7	6	120	720
7500-9500	10	7-9	8	80	640
				$\sum fy = 420$	$\sum fy^2 = 2120$

(5) (5)

$$\overline{y} = \frac{\sum fy}{\sum f} = \frac{420}{100} = 4.2 \quad (5)$$

(5)

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum fy^2}{\sum f} - \overline{y}^2} = \sqrt{\frac{2120}{100} - 4.2^2}$$

$$= \sqrt{21.2 - 17.64}$$

$$= \sqrt{3.56} \approx 1.887$$

(5)

$M_y = y$ හි මධ්‍යස්ථය $= 50$ වැනි දත්තය

එවිට

$$M_y = 3 + \frac{(50 - 30)}{40}(5 - 3) = 4 \quad (5)$$

$\therefore$ කුටිකතා සංගුණකය $\quad y \approx \frac{3(4.2 - 4)}{\sqrt{3.56}} \approx 0.317$

(5)

50

Alevel ඇසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$\overline{x} = 1000\overline{y} + 500$

$= 1000 \times 4.2 + 500$

$= 4700$ (5)

$\sigma_x = 1000\ \sigma_y$

$\approx 1000 \times 1.887$

$= 1887$ (5)

කුටි කතා සංගුණකය වෙනස් නොවේ..

$S_x = S_y \approx 0.317$ (5)

15

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .