

(පැරණි නිර්දේශය/பழைய பாடத்திட்டம்/Old Syllabus)

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

OLD

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஆகஸ்ட்
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

සංයුක්ත ගණිතය I
 இணைந்த கணிதம் I
 Combined Mathematics I

10 S I

2019.08.05 / 0830 - 1140

පැය තුනයි
 மூன்று மணித்தியாலம்
 Three hours

අමතර කියවීමේ කාලය - මිනිත්තු 10 යි
 மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
 Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීමේ කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් භාවිතය.

විභාග අංකය

උපදෙස්:

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- * **A කොටස:**
 සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- * **B කොටස:**
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	

A කොටස

1. ශතීක අගනුගත මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n (2r-1) = n^2$ බව සාධනය කරන්න.

2. එක ම රූප සටහනක $y=|4x-3|$ හා $y=3-2|x|$ හි ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

ඒ නගිත් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $|2x-3|+|x|<3$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

[ලකුණු ලබන තැන්වලට පිටුපසට ලියන්න.]

-

- www.alevelapi.com

 උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/කට්තන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2}-1}{\sin(\pi(x-3))} = \frac{1}{2\pi}$ බව පෙන්වන්න.

6. $y = \sin 2x$, $y = -x^2$, $x = \frac{\pi}{2}$ හා $x = \pi$ වක්‍ර මගින් ආවෘත ප්‍රදේශයෙහි වර්ගඵලය $\left(\frac{7}{24}\pi^3 - 1\right)$ බව පෙන්වන්න.

- $t \neq -1$ සඳහා $\frac{dy}{dx} = -\frac{(t^2 + 2t - 1)}{(t+1)^2}$ බව පෙන්වන්න.

P හා Q ප්‍රතිත්ත ලක්ෂණ දෙක l_1 රේඛාව මත පිහිටා ඇත්තේ මෙම එක් එක් ලක්ෂණයේ සිට l_2 රේඛාවට ඇති ලම්භ දුර ඒකක 1 ක් වන පරිදි ය. P හි හා Q හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

9. $A \equiv (-7, 9)$ ලක්ෂ්‍යය $S \equiv x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ වෘත්තයට පිටතින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.
 $S = 0$ වෘත්තය මත වූ, A ලක්ෂ්‍යයට ආසන්නතම ලක්ෂ්‍යයෙහි බණ්ඩාංක සොයන්න.

10. $\theta \neq (2n+1)\pi$ සඳහා $t = \tan \frac{\theta}{2}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $n \in \mathbb{Z}$ වේ. $\cos \theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ බව පෙන්වන්න.
 $\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$ බව අර්ථගත කරන්න.

(පැරණි නිර්දේශය/பழைய பாடத்திட்டம்/Old Syllabus)

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

සංයුක්ත ගණිතය I
 இணைந்த கணிதம் I
 Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $p \in \mathbb{R}$ හා $0 < p \leq 1$ යැයි ගනිමු. $p^2x^2 + 2x + p = 0$ සමීකරණයෙහි, 1 මූලයක් නොවන බව පෙන්වන්න.

α හා β යනු මෙම සමීකරණයෙහි මූල යැයි ගනිමු. α හා β දෙකම තාත්ත්වික බව පෙන්වන්න.

p ඇසුරෙන් $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ ලියා දක්වා

$$\frac{1}{(\alpha - 1)} \cdot \frac{1}{(\beta - 1)} = \frac{p^2}{p^2 + p + 2}$$

බව පෙන්වන්න.

$\frac{\alpha}{\alpha - 1}$ හා $\frac{\beta}{\beta - 1}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $(p^2 + p + 2)x^2 - 2(p + 1)x + p = 0$ මගින් දෙනු ලබන බවත්, මෙම මූල දෙකම ධන වන බවත් පෙන්වන්න.

(b) c හා d යනු නිශ්ශුන්‍ය තාත්ත්වික සංඛ්‍යා දෙකක් යැයි ද $f(x) = x^3 + 2x^2 - dx + cd$ යැයි ද ගනිමු. $(x - c)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බවත්, $(x - d)$ මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය cd බවත් දී ඇත. c හා d හි අගයන් සොයන්න. c හා d හි මෙම අගයන් සඳහා, $(x + 2)^2$ මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

12. (a) P_1 හා P_2 යනු පිළිවෙළින් $\{A, B, C, D, E, 1, 2, 3, 4\}$ හා $\{F, G, H, I, J, 5, 6, 7, 8\}$ මගින් දෙනු ලබන කුලක දෙක යැයි ගනිමු. $P_1 \cup P_2$ න් ගනු ලබන වෙනස් අකුරු 3 කින් හා වෙනස් සංඛ්‍යාංක 3 කින් යුත්, අවයව 6 කින් සමන්විත මූලපදයක් සෑදීමට අවශ්‍යව ඇත. පහත එක් එක් අවස්ථාවේ දී සෑදිය හැකි එවැනි වෙනස් මූලපද ගණන සොයන්න:

(i) අවයව 6 ම P_1 න් පමණක් ම තෝරා ගනු ලැබේ,

(ii) අවයව 3 ක් P_1 න් ද P_2 න් අනෙක් අවයව 3 ද තෝරා ගනු ලැබේ.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{1}{r(r+1)(r+3)(r+4)}$ හා $V_r = \frac{1}{r(r+1)(r+2)}$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $V_r - V_{r+2} = 6U_r$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නමින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{5}{144} - \frac{(2n+5)}{6(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}$ බව පෙන්වන්න.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $W_r = U_{2r-1} + U_{2r}$ යැයි ගනිමු.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n W_r = \frac{5}{144} - \frac{(4n+5)}{24(n+1)(n+2)(2n+1)(2n+3)}$ බව අපේක්ෂා කරන්න.

ඒ නමින්, $\sum_{r=1}^{\infty} W_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඵලකාය සොයන්න.

[අවලංගි පිටුව බලන්න.

13.(a) $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -a & 4 \end{pmatrix}$ හා $C = \begin{pmatrix} b & -2 \\ -1 & b+1 \end{pmatrix}$ යනු $AB^T = C$ වන පරිදි වූ න්‍යාස යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$a = 2$ හා $b = 1$ බව පෙන්වන්න.

තව ද C^{-1} නොවෙන බව පෙන්වන්න.

$P = \frac{1}{2}(C - 2I)$ යැයි ගනිමු. P^{-1} ලියා දක්වා, $2P(Q + 3I) = P - I$ වන පරිදි Q න්‍යාසය සොයන්න; මෙහි I යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

(b) $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු.

(i) $\operatorname{Re} z \leq |z|$, හා

(ii) $z_2 \neq 0$ සඳහා $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

බව පෙන්වන්න.

$z_1 + z_2 \neq 0$ සඳහා $\operatorname{Re}\left(\frac{z_1}{z_1 + z_2}\right) \leq \frac{|z_1|}{|z_1 + z_2|}$ බව අපෝහනය කරන්න.

$z_1 + z_2 \neq 0$ සඳහා $\operatorname{Re}\left(\frac{z_1}{z_1 + z_2}\right) + \operatorname{Re}\left(\frac{z_2}{z_1 + z_2}\right) = 1$ බව සත්‍යාපනය කර,

$z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ සඳහා $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ බව පෙන්වන්න.

(c) ආගන්ධ සටහනක, O යනු මූලය ද $OACB$ යනු ශීර්ෂ වාමාවර්තව ගනු ලැබූ චතුරස්‍රයක් ද වේ.

A ලක්ෂ්‍යය $2 + 4\sqrt{3}i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරන අතර $\hat{AOC} = \frac{\pi}{3}$ හා $\hat{OAC} = \frac{\pi}{2}$, $OA = OB$ හා $CA = CB$ වේ. B හා C ලක්ෂ්‍ය මගින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සොයන්න.

14. (a) $x \neq \pm 1$ සඳහා $f(x) = \frac{(2x-3)^2}{4(x^2-1)}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq \pm 1$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \frac{(2x-3)(3x-2)}{2(x^2-1)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශකේන්ද්‍රය, y - අන්තර්ක්ෂේපය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

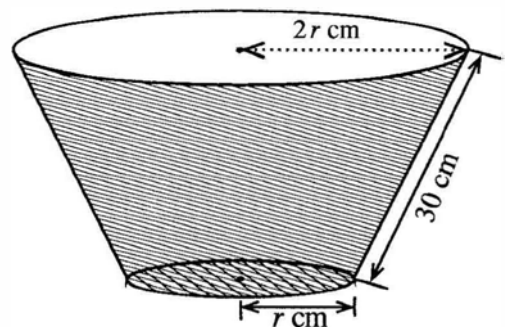
ප්‍රස්ථාරය භාවිතයෙන්, $\frac{1}{f(x)} \leq 1$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි සියලු ම තාත්වික අගයන් සොයන්න.

(b) යාබද රූපයෙන් පතුලක් සහිත සෘජු වෘත්තාකාර කේතු ඡින්නකයක ආකාරයෙන් වූ බේසමක් පෙන්වයි. බේසමෙහි ඇල දිග 30 cm ක් ද උඩත් වෘත්තාකාර දාරයෙහි අරය පතුලෙහි අරය මෙන් දෙගුණයක් ද වේ. පතුලේ අරය r cm යැයි ගනිමු.

බේසමේ පරිමාව V cm³ යන්න $0 < r < 30$ සඳහා

$V = \frac{7}{3} \pi r^2 \sqrt{900 - r^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

බේසමේ පරිමාව උපරිම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.



15. (a) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ සඳහා $x = 2 \sin^2 \theta + 3$ ආදේශය භාවිතයෙන්, $\int_3^4 \sqrt{\frac{x-3}{5-x}} dx$ අගයන්න.

(b) හින්න භාග භාවිතයෙන්, $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$ සොයන්න.

$t > 2$ සඳහා $f(t) = \int_3^t \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$ යැයි ගනිමු.

$t > 2$ සඳහා $f(t) = \ln(t-2) - \ln(t-1) + \ln 2$ බව අපෝභනය කරන්න.

කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int \ln(x-k) dx$ සොයන්න; මෙහි k යනු තාත්ත්වික නියතයකි.

ඒ නමින්, $\int f(t) dt$ සොයන්න.

(c) a හා b නියත වන $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්,

$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x} dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^x \cos^2 x}{1+e^x} dx$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නමින්, $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x} dx$ හි අගය සොයන්න.

16. $12x - 5y - 7 = 0$ හා $y = 1$ සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන A හි ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.

l යනු මෙම රේඛාවලින් සෑදෙන සුළු කෝණයෙහි සමවිඡේදකය යැයි ගනිමු. l සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

P යනු l මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු. P හි ඛණ්ඩාංක $(3\lambda + 1, 2\lambda + 1)$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ.

$B \equiv (6, 0)$ යැයි ගනිමු. B හා P ලක්ෂ්‍ය විෂ්කම්භයක අන්ත ලෙස වූ වෘත්තයෙහි සමීකරණය $S + \lambda U = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $S \equiv x^2 + y^2 - 7x - y + 6$ හා $U \equiv -3x - 2y + 18$ වේ.

$S = 0$ යනු AB විෂ්කම්භයක් ලෙස ඇති වෘත්තයෙහි සමීකරණය බව අපෝභනය කරන්න.

$U = 0$ යනු l ට ලම්බව, B හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය බව පෙන්වන්න.

සියලු $\lambda \in \mathbb{R}$ සඳහා $S + \lambda U = 0$ සමීකරණය සහිත වෘත්ත මත වූ ද B වලින් ප්‍රතින්න වූ ද අවල ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$S = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තය, $S + \lambda U = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තයට ප්‍රලම්බ වන පරිදි λ හි අගය සොයන්න.

17. (a) $\sin A, \cos A, \sin B$ හා $\cos B$ ඇසුරෙන් $\sin(A+B)$ ලියා දක්වා, $\sin(A-B)$ සඳහා එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

$$2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B) \text{ හා}$$

$$2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$$

බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයිත්. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $2 \sin 3\theta \cos 2\theta = \sin 7\theta$ විසඳන්න.

- (b) ABC ත්‍රිකෝණයක $BD = DC$ හා $AD = BC$ වන පරිදි D ලක්ෂ්‍යය AC මත පිහිටා ඇත. $\hat{BAC} = \alpha$ හා $\hat{ACB} = \beta$ යැයි ගනිමු. සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්, $2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + 2\beta)$ බව පෙන්වන්න.

$\alpha : \beta = 3 : 2$ නම්, ඉහත (a) හි අවසාන ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්, $\alpha = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න.

- (c) $2 \tan^{-1} x + \tan^{-1}(x+1) = \frac{\pi}{2}$ විසඳන්න. ඒ නයිත්, $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right) = \frac{3}{\sqrt{10}}$ බව පෙන්වන්න.

