WWW.ALEVELAPI.COM

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2013

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

10-සංයුක්ත ගණිතය I

මෙය උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිනි.
මෙය පන්ති කාමර ඉගෙනුම් ක්‍රියාවලිය සඳහා ආධාරකයක් ලෙස යොදා ගත හැකිය යනු අපගේ විශ්වාසයයි.

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

A කොටස

(1.) ගණිත අනුගමන මූලධර්මය යොදාගෙන, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}(2r+1) = n(n+2)$ බව සාධනය කරන්න.

$n=1$ විට, ව. පැ. $= \sum_{r=1}^{1}(2r+1) = 3$ හා

ද. පැ. $= 1(1+2) = 3$.

$\therefore n=1$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5)

ඕනෑම k ධන නිඛිලයක් ගෙන, $n=k$ සඳහා දී ඇති ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යයි උපකල්පනය කරමු.

එනම් $\sum_{r=1}^{k}(2r+1) = k(k+2)$. (5)

දැන් $\sum_{r=1}^{k+1}(2r+1) = \sum_{r=1}^{k}(2r+1) + [2(k+1)+1] = k(k+2) + 2k + 3$

(5)

$= k^2 + 4k + 3 = (k+1)(k+3)$ (5)

$\therefore$ දී ඇති ප්‍රතිඵලය $n=k$ ට සත්‍ය නම්, එය $n=k+1$ ට ද සත්‍ය වේ. $n=1$ සඳහා දී ඇති ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව ඉහත පෙන්වා ඇත. ගණිත අභ්‍යුපගම මූලධර්මයෙන් අනුව සියළු ධන නිඛිලමය n සඳහාම ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

(5)

25

(2.) $\frac{2x+1}{3x-1} \geq 1$ අසමානතාවට සපුරාලන x හි සියලු තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

$\frac{2x+1}{3x-1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{3x-1} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x+1-(3x-1)}{3x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2-x}{3x-1} \geq 0$ (5)

	$x < \frac{1}{3}$ ↓(5)	$\frac{1}{3} < x < 2$ ↓(5)	$2 < x$ ↓(5)
$2-x$	(+)	(+)	(-)
$3x-1$	(-)	(+)	(+)
$\frac{2-x}{3x-1}$	(-)	(+)	(-)

15

විසඳුම් කුලකය. $= \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{3} < x \leq 2\}$ (5)

25

Alevel ලාපි උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

3. සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා අපරිමිත ශ්‍රේණියක පළමු පද n හි එකතුව $6-\frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙම ශ්‍රේණියේ n වෙනි පදය සොයා, ශ්‍රේණිය, අභිසාරී ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් බව පෙන්වන්න.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ශ්‍රේණියේ n වෙනි පදය a_n සහ $s_n = 6-\frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ ලෙස ගනිමු.

එවිට $a_n = s_n - s_{n-1}$ (5)

$$= \left(6-\frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}\right) - \left(6-\frac{2^n}{3^{n-2}}\right) \quad (5)$$

$$= \frac{2^n}{3^{n-2}}\left\{-\frac{2}{3}+1\right\}$$

$$= \frac{2^n}{3^{n-1}} = 2\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \quad (5)$$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ යනු පළමු පදය 2 සහ පොදු අනුපාතය $\frac{2}{3}$ වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියකි. (5)

$\left|\frac{2}{3}\right| < 1$ බැවින් ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ. (5) $\frac{2}{3}<1$ ($0<\frac{2}{3}<1$ නිවැරදි ආකාරයේ)

25

4. $a \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $\left(x+\frac{a}{x^3}\right)^{20}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයෙහි x වලින් ස්වායත්ත පදය $\frac{969}{2}$ වේ. a හි අගය සොයන්න.

ද්විපද ප්‍රමේයයට අනුව,

$$\left(x+\frac{a}{x^3}\right)^{20} = \sum_{r=0}^{20} {}^{20}C_r x^{20-r}\left(\frac{a}{x^3}\right)^r \text{ මෙහි } {}^{20}C_r = \frac{20!}{r!(20-r)!} \text{ for } r = 0,1,\ldots,20 \quad (\times)$$

T_r ලියා නොගියාද (-5) ඉවතලන.
පදය කියා දැනගෙන ඉන්නවා නම් ලියන්න ඕනේ.

$$= \sum_{r=0}^{20} {}^{20}C_r a^r x^{20-4r}$$

x වලින් ස්වායත්ත පදය සඳහා $20-4r=0$.

$\therefore r=5$. (5)

x වලින් ස්වායත්ත පදය $\frac{969}{2}$ නිසා, ${}^{20}C_5 a^5 = \frac{969}{2}$. (5)

$\Leftrightarrow \frac{20!}{15!5!}a^5 = \frac{969}{2} \quad \Leftrightarrow a^5 = \frac{1}{32} \quad \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

(5) (5)

25

3

Alevel Lapis උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

5. $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}=\frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}\times\frac{\left(\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\right)}{\left(\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\right)} \quad (5)$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{2x^2}.\left(\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\right) \quad (5)$$ හරය හා හිඳ හා $1-\cos x$ ප්‍රකාශිත්‍වයෙන්

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{4\left(\frac{x}{2}\right)^2}.\left(\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\right) \quad (5)$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1}{4}\left\{\frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\left(\frac{x}{2}\right)}\right\}^2.\left(\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\right)$$

මෙහි විස්තරය පොළ හිඟ නැතිනම් (-5)

$$=\frac{1}{4}\times 1\times(2)=\frac{1}{2} \quad (5)$$

25

(5)

6. $\frac{d}{dx}\left\{x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right\}=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ බව සාධනය කරන්න.

එ තැයින්, $\int\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)dx$ සොයන්න

$\ln$ සොයන්න $\ln(x+\sqrt{x^2+1})$

(5)

$$\frac{d}{dx}\left\{x\ln(x+\sqrt{x^2+1})\right\}=\frac{x}{(x+\sqrt{x^2+1})}\left(1+\frac{1}{2}\cdot\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}\right)+\ln(x+\sqrt{x^2+1})$$ (5) මිශ්‍ර කරන්න.

$$=\frac{x}{(x+\sqrt{x^2+1})}.\frac{(\sqrt{x^2+1}+x)}{\sqrt{x^2+1}}+\ln(x+\sqrt{x^2+1}) \quad (5)$$

$$=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+\ln(x+\sqrt{x^2+1})$$

(4)

Alevel Lapis උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දේ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$\frac{d}{dx}\sqrt{x^2+1} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ බැවින්,

$\frac{d}{dx}\left\{x\ln(x+\sqrt{x^2+1}) - \sqrt{x^2+1}\right\} = \ln(x+\sqrt{x^2+1})$ (5)

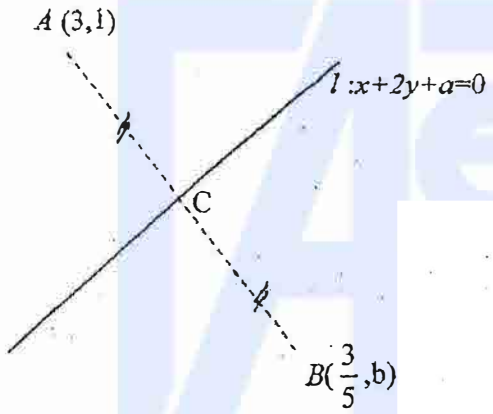
$\therefore \int \ln(x+\sqrt{x^2+1})dx = x\ln(x+\sqrt{x^2+1}) - \sqrt{x^2+1} + C$ මෙහි C යනු අභිමත නියතයකි

(5)

C නැත්නම් (5) නැත

25

(7.) (3,1) ලක්ෂ්‍යයෙහි $x+2y+a=0$ සරල රේඛාව මත ප්‍රතිබිම්බය $\left(\frac{3}{5}, b\right)$ ලක්ෂ්‍යය වේ; ඇති a හා b හි a හා b හි අගයන් සොයන්න.



AB රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C නම්,

$C \equiv \left(\frac{3+\frac{3}{5}}{2}, \frac{1+b}{2}\right)$. (5)

C ලක්ෂ්‍යය l රේඛාව මත පිහිටන බැවින් $\frac{9}{5}+(1+b)+a=0$ (5) ← (10)

$\therefore a+b = -\frac{14}{5}$ .....(1)

$AB \perp l$ බැවින්, $\left(\frac{b-1}{\frac{3}{5}-3}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$ (5)

නිවැරදි ප්‍රකාශයට (5)
t වල ආයට (10)
a, b ට (10)

$\therefore b-1 = -\frac{24}{5}$

$b = -\frac{19}{5}$ (5)

$(1) \Rightarrow a = 1$ (5)

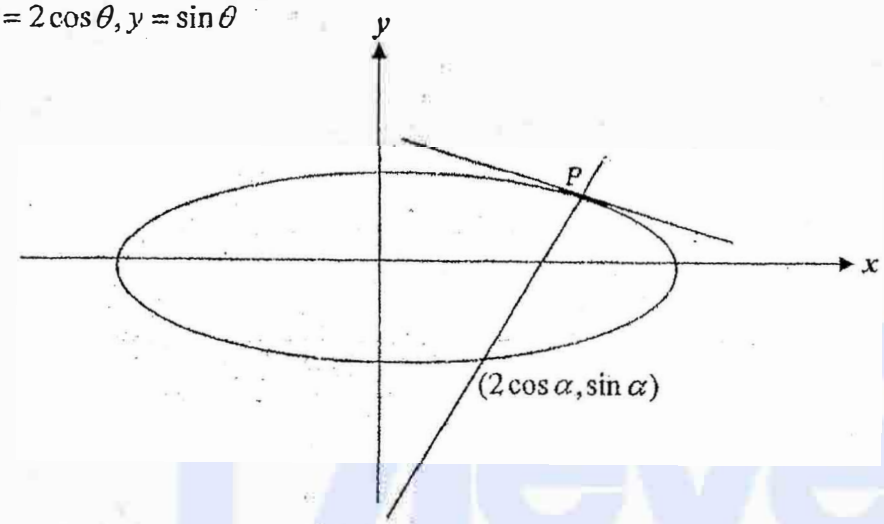
25

(5)

Aevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

8. $x = 2\cos\theta$, $y = \sin\theta$, මගින් දෙනු ලබන වක්‍රය C යැයි ගනිමු; මෙහි θ යනු පරාමිතියකි. C වක්‍රයට $\theta = \frac{\pi}{4}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බයට, C වක්‍රය නැවත $\theta = \alpha$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී හමුවේ. $2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 3\sqrt{2} = 0$ බව පෙන්වන්න.

$x = 2\cos\theta, y = \sin\theta$



$\theta = \frac{\pi}{4}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යය P නම්,

$P \equiv \left(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$\frac{dx}{d\theta} = -2\sin\theta, \frac{dy}{d\theta} = \cos\theta \Rightarrow \frac{dy}{d} = \frac{-\cos\theta}{2\sin\theta}$ (5)

(5) ←both

P ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය $= -\frac{1}{2}\cot\frac{\pi}{4} = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ P ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්භයේ අනුක්‍රමණය $= 2$. (5)

P ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්භයේ සමීකරණය $= y - \frac{1}{\sqrt{2}} = 2(x - \sqrt{2})$ (5)

$(2\cos\alpha, \sin\alpha)$ ලක්ෂ්‍යය මෙම රේඛාව මත පිහිටන බැවින්,

$\sin\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} = 2(2\cos\alpha - \sqrt{2})$

$2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

$2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 3\sqrt{2} = 0$

(5) නිවැරදියි.

(4)

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

9. අරය 1 ක් වූ ද, කේන්ද්‍රය $x+y=0$ සරල රේඛාව මත වූ ද, C වෘත්තයක්, $x^2+y^2+4y+3=0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ව ඡේදනය කරයි. C හි කේන්ද්‍රයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

අවශ්‍ය කරන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $x+y=0$ රේඛාව මත පිහිටන බැවින් එය t පරාමිතියක් ඇසුරින් $(t,-t)$ ලෙස ලිවිය හැක. මෙහි $t \in \mathbb{R}$. (5)

කේන්ද්‍රය $(t,-t)$ සහ අරය 1 වන වෘත්තයේ සමීකරණය,

$(x-t)^2+(y+t)^2=1$ (5)

Or $x^2+y^2-2tx+2ty+2t^2-1=0$ (5)

මෙය $x^2+y^2+4y+3=0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන බැවින්,

$2(t)(2)=(2t^2-1)+3$ (5)

i.e. $2t^2-4t+2=0$; $(t-1)^2=0$.

$\therefore t=1$ කේන්ද්‍රය $=(1,-1)$ (5)

කේන්ද්‍රය $(1,-1)$

25

10. $\sin\theta=-\frac{1}{3}$ හා $\pi<\theta<\frac{3\pi}{2}$ නම්, $\sin 2\theta=\frac{4\sqrt{2}}{9}$ හා $\tan 2\theta=\frac{4\sqrt{2}}{7}$ බව පෙන්වන්න.

$\sin\theta=-\frac{1}{3}$ සහ $\pi<\theta<\frac{3\pi}{2}$ යයි ගනිමු.

$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ බැවින්, $\cos^2\theta=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$ සහ $\cos\theta=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$. (5)

$\pi<\theta<\frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta<0$ බැවින්, $\cos\theta=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (5).

දැන් $\sin 2\theta=2\cos\theta\sin\theta=2\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{4\sqrt{2}}{9}$. (5)

තවද, $\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta=1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$. (5)

$\tan 2\theta=\frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}=\left(\frac{4\sqrt{2}}{9}\right)\left(\frac{9}{7}\right)=\frac{4\sqrt{2}}{7}$. (5)

25

Alevel Lapis උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

11. (a) $f(x)=ax^3+bx^2-11x+6$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a,b\in\mathbb{R}$ වේ.

$(x-1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ නම් හා $f(x)$ යන්න $(x-4)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය -6 නම්, a හා b වල අගයන් සොයන්න. $f(x)$ හි අනෙක් ඒකජ සාධක දෙකක් සොයන්න.

(b) α හා β යනු $x^2+bx+c=0$ සමීකරණයේ මූල යැයි ද, γ හා δ යනු $x^2+mx+n=0$ සමීකරණයේ මූල යැයි ද ගනිමු; මෙහි $b, c, m, n\in\mathbb{R}$ වේ.

(i) b හා c ඇසුරෙන් $(\alpha-\beta)^2$ සොයා, **ඒ තධින්**, m හා n ඇසුරෙන් $(\gamma-\delta)^2$ ලියා දක්වන්න.

$\alpha+\gamma=\beta+\delta$ නම් $b^2-4c=m^2-4n$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(ii) $(\alpha-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\gamma)(\beta-\delta)=(c-n)^2+(b-m)(bn-cm)$ බව පෙන්වන්න.

$x^2+bx+c=0$ හා $x^2+mx+n=0$ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් ඇත්තේ

$(c-n)^2=(m-b)(bn-cm)$ ම නම් පමණක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

$x^2+10x+k=0$ හා $x^2+kx+10=0$ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් ඇත; මෙහි k යනු තාත්ත්වික නියතයකි. k හි අගයන් සොයන්න.

(a) 10 සාධක ප්‍රශ්නය නිවැරදි

$x-1$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බැවින් $f(1)=a+b-11+6=0$, $\therefore a+b=5$ ---(1)

නිවැරදි ප්‍රශ්නය නිවැරදි

$f(x)$ යන්න $(x-4)$ න්, බෙදූවිට ශේෂය -6 බැවින් $f(4)=64a+16b-44+6=-6$ 10

$\Rightarrow 4a+b=2$ ---(2)

(1) හා (2) න් $a=-1$, $b=6$ 5 to both a & b

25

---

10 5

දැන්,

$f(x)=-x^3+6x^2-11x+6=(x-1)(-x^2+5x-6)=-(x-1)(x^2-5x+6)=-(x-1)(x-2)(x-3)$

මේ අනුව අනෙක් ඒකජ සාධක වන්නේ $(x-2)$ හා $(x-3)$ වේ. 5

20

---

5 5

(b) (i)

α හා β යනු $x^2+bx+c=0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල බැවින් $\alpha+\beta=-b$ හා $\alpha\beta=c$ වේ.

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=b^2-4c$

5 5

20

සැසඳීමෙන්, $(\gamma-\delta)^2=m^2-4n$ 5

05

$\alpha+\gamma=\beta+\delta$ බැවින්, $\alpha-\beta=-(\gamma-\delta)$ $\Rightarrow$ $(\alpha-\beta)^2=(\gamma-\delta)^2$ $\Rightarrow$ $b^2-4c=m^2-4n$

5 5 5

15

Aevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(11) (ආ)

(ii)

$$(\alpha-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\gamma)(\beta-\delta) = [\alpha^2-\alpha(\gamma+\delta)+\gamma\delta][\beta^2-\beta(\gamma+\delta)+\gamma\delta] \quad (5)$$

$$= [\alpha^2+m\alpha+n][\beta^2+m\beta+n] \quad (5)$$

$$= \alpha^2\beta^2+\alpha\beta(\alpha+\beta)m+n(\alpha^2+\beta^2)+\alpha\beta m^2+mn(\alpha+\beta)+n^2$$

$$= c^2-bcm+n(b^2-2c)+cm^2-mnb+n^2 \quad (5)$$

$$= (c^2-2cn+n^2)+(b^2n-bcm-mnb+cm^2)$$

$$= (c-n)^2+(b-m)(bn-cm) \quad (5)$$

$x^2+bx+c=0$ හා $x^2+mx+n=0$ යන වර්ගජ සමීකරණ වලට පොදු මූලයක් පවතින්නේ $\alpha=\gamma$ හෝ δ, $\beta=\gamma$ හෝ δ ම නම් පමණි. (5)

(10) $\Leftrightarrow$ $(\alpha-\gamma)(\alpha-\beta)(\beta-\delta)=0$ (5)

$\Leftrightarrow$ $(c-n)^2+(b-m)(bn-cm)=0$ (5)

$\Leftrightarrow$ $(c-n)^2=(m-b)(bn-cm)$ (5)

$x^2+10x+k=0$ හා $x^2+kx+10=0$ යන සමීකරණ වලට පොදු මූලයක් පවතින්නේ නම් පමණක් $(c-n)^2=(m-b)(bn-cm)$ (5)

මෙහි $b=10$, $c=k$, සහ $n=10$ වේ. (5)

$$(k-10)^2=(k-10)(100-k^2)$$

$\Leftrightarrow$ $(k-10)[k-10-100+k^2]=0$

$\Leftrightarrow$ $(k-10)[k^2+k-110]=0$

$\Leftrightarrow$ $(k-10)(k-10)(k+11)=0$ (5)

එමගින් $k=10$ හෝ $k=-11$ (5)

---

(12) (a)

S	A	C
3	5	7

(i) $^{15}C_6 = \dfrac{15\times14\times13\times12\times11\times10}{6\times5\times4\times3\times2\times1} = 91\times55 = 5005$

(5) (5) (5)

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(12) (a)

(ii)

විශේෂ සිසුන් දෙදෙනාම අන්තර්ගත වන පරිදි තෝරා ගත හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= {}^{13}C_4 = 715$ (10) (5)

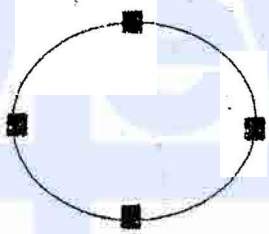
විශේෂිත සිසුන් දෙදෙනාම එකවර අන්තර්ගත නොවන පරිදි තෝරා ගත හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= {}^{15}C_6 - {}^{13}C_4 = 5005 - 715 = 4290$ (5) (5)

25

(iii)

එක් එක් විෂය ධාරාවෙන් සිසුන් දෙදෙනකු බැගින් තෝරා ගත හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= {}^3C_2 \times {}^5C_2 \times {}^7C_2 = 3 \times 10 \times 21 = 630$ (10) (5)

15



කලා සිසුන් දෙදෙනකු හා වාණිජ සිසුන් දෙදෙනකු (එනම් විද්‍යා නොවන සිසුන් හතර දෙනා) වෘත්තාකාර මේසයක් වටා වාඩි කරවිය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= 3!$ (5)

ඉහත සිසුන් හතර දෙනා අතර විද්‍යා සිසුන් දෙදෙනාට මේසය වටා වාඩි විය හැකි ස්ථාන හතරක් ඇත. එම සිසුන්ට දෙදෙනාට වාඩි විය හැකි වෙනස් ආකාර ගණන $= {}^4C_2 \times 2$ (5)

$\therefore$ අවශ්‍ය එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= 3! \times {}^4C_2 \times 2 = 72$ (5) (5)

20

වෙනත් ක්‍රමයක්

සිසුන් 6 දෙනාටම වෘත්තාකාර මේසය වටා වාඩි විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= 5!$ (5)

විද්‍යා සිසුන් දෙදෙනා එකලහ සිටින පරිදි සිසුන් 6 දෙනාට මේසය වටා වාඩි විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= 4! \times 2$ (5) (5)

$\therefore$ අවශ්‍ය එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $= 5! - 4! \times 2 = 120 - 48 = 72$ (5)

20

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$U_r = \frac{(3r+2)^2 - (3r-1)^2}{(3r-1)^2(3r+2)^2}$ (10)

(12)

(b). $= \frac{1}{(3r-1)^2} - \frac{1}{(3r+2)^2}$ (5)

A - (5) B - (5)

$$\frac{3(6r+1)}{(3r-1)^2(3r+2)^2} = \frac{A}{(3r-1)^2} + \frac{B}{(3r+2)^2}; \quad r \in Z^+$$

$$\Leftrightarrow 3(6r+1) = (A+B)9r^2 + (12A-6B)r + (4A+B); \quad r \in Z^+ \quad (5)$$

r^2 සංගුණක සමාන කිරීමෙන් : $A+B=0$

r සංගුණක සමාන කිරීමෙන් : $12A-6B=18$ } (10)

r^0 සංගුණක සමාන කිරීමෙන් : $4A+B=3$

$\therefore A=1$ (5) හා $B=-1$ (5)

ඉර තෙතුවන සූඛයන් පොදු A, B, C සොයා (5) (10)

සම්. සූ. කිරීම සොයා, අංකය ඉදිරිය තබා පොදු සූ. ගැනීම (10)

දෙකෙන් බෙදෙන්නේ නම් (5)

25

$f(r) = \frac{1}{(3r-1)^2}$ යැයි ගනිමු. එවිට $f(r+1) = \frac{1}{(3r+2)^2}$

$\therefore U_r = f(r) - f(r+1)$

$r=1$ විට $U_1 = f(1) - f(2)$ (5)

$r=2$ විට $U_2 = f(2) - f(3)$

$r=n-1$ විට $U_{n-1} = f(n-1) - f(n)$ (5)

$r=n$ විට $U_n = f(n) - f(n+1)$

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = f(1) - f(n+1) \quad (5)$$

$$\therefore S_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{(3n+2)^2} \quad (5)$$

20

ඔව් ! (5)

05

$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{4}$ මක්නිසාද $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{(3n+2)^2} = 0$

(5) (5)

$\therefore$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ.

10

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දේ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$$\left|S_n - \frac{1}{4}\right| = \frac{1}{(3n+2)^2} < 10^{-6} \quad (5)$$

$\Leftrightarrow \quad (3n+2)^2 > 10^6 \quad$ සහ $\quad n \in \mathbb{Z}^+$

$\Leftrightarrow \quad 3n+2 > 10^3 \quad$ සහ $\quad n \in \mathbb{Z}^+$

$\Leftrightarrow \quad 3n > 998 \quad$ සහ $\quad n \in \mathbb{Z}^+$

$\Leftrightarrow \quad n > 332\frac{2}{3} \quad$ සහ $\quad n \in \mathbb{Z}^+$ (5)

$\therefore n$ හි කුඩාම නිඛිලමය අගය $= 333$. (5)

15

---

(13) (a)

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(5)

මෙවිට $Q^TQ = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2I$

$\therefore Q^TQ = \lambda I$, යෙහි $\lambda = 2$ වේ. (5)

10

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 2I \quad \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = I$$

(10)

$\therefore P^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ (5)

15

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ යයි ගනිමු. (5)

$AP = PD \quad \Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ (5)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

13

5

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{-a+b}{\sqrt{2}} = \frac{-8}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{c+d}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{-c+d}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$a+b=2$$

$$-a+b=-8$$

$$c+d=2$$

$$-c+d=8$$

$a=5$

$b=-3$

$c=-3$

$d=5$

$\therefore A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ 5

30

<u>වෙනත් ක්‍රමයක්</u>

$AP = PD \implies A = PDP^{-1}$ 10

$\therefore A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ 10

එක් දැනුම 5

" " 5

$= \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ 10

30

13

(b) $|z| = \sqrt{x^2+y^2}$ 5 හා $\bar{z} = x - iy$ 5

10

$|z|^2 = x^2 + y^2 = (x+iy)(x-iy) = z\bar{z}$ 5

5

$z - \bar{z} = (x+iy) - (x-iy) = 2iy = 2i \operatorname{Im} z$ 5

5

20

$\Rightarrow |z-3i|^2 = (z-3i)\overline{(z-3i)}$ 5

$= (z-3i)(\bar{z}+3i)$ 5

$= z\bar{z} + 3i(z-\bar{z}) + 9$ 5

$= |z|^2 - 6 \operatorname{Im} z + 9$ 5

$|1+3iZ|^2 = (1+3iz)\overline{(1+3iz)}$

$= (1+3iz)(1-3i\bar{z})$

$= 1 + 3i(z-\bar{z}) + 9z\bar{z}$

$= 9|z|^2 - 6 \operatorname{Im} z + 1$ 10

කිහිලු එකකට 20

කිහිලු අතිකේ එකට 10

30

Aevel Api උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත .

$|z-3i| > |1+3iz|$

$\Leftrightarrow |z-3i|^2 > |1+3iz|^2$ (5)

$\Leftrightarrow |z|^2 - 6\,\mathrm{Im}\,z + 9 > 9|z|^2 - 6\,\mathrm{Im}\,z + 1$ (5)

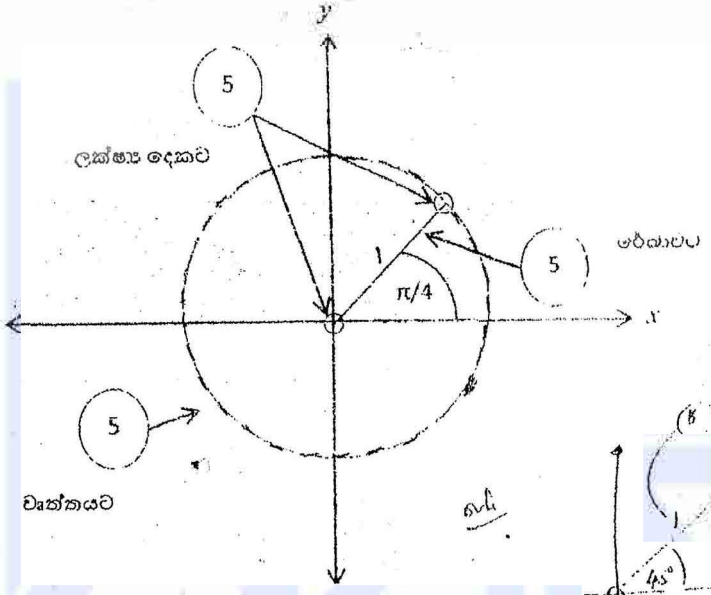
$\Leftrightarrow 8(|z|^2 - 1) < 0$

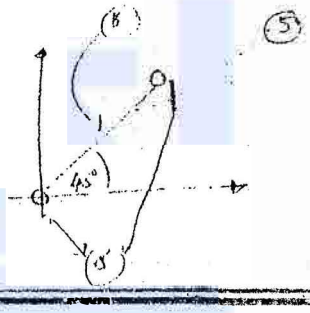
$\Leftrightarrow \quad |z|^2 < 1$ (5)

$\Leftrightarrow \quad |z| < 1$ (5)

20

$|z-3i| > |1+3iz| \Leftrightarrow |z| < 1$





15

(14) (a)

$f(x) = \dfrac{x^2}{x^3-1} \quad ; x \neq 1$

$f'(x) = \dfrac{(x^3-1)2x - x^2.3x^2}{(x^3-1)^2}$ (10)

$= \dfrac{-x^4-2x}{(x^3-1)^2} = \dfrac{-x(x^3+2)}{(x^3-1)^2}$ (5)

15

(5)

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ හෝ $x^3 = -2$

$\Leftrightarrow x = 0$ හෝ $x = (-2)^{\frac{1}{3}}$ (5)

Alevel Lapi උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

x	$x < -2^{\frac{1}{3}}$	$-2^{\frac{1}{3}} < x < 0$	$0 < x < 1$	$x > 1$
$f'(x)$ හි ලකුණ	(-)	(+)	(-)	(-)
	$f(x)$ අඩුවේ	$f(x)$ වැඩිවේ	$f(x)$ අඩුවේ	

15

$x = 0$ දී $f(0) = 0$

$x = (-2)^{\frac{1}{3}}$ දී $f(-2^{\frac{1}{3}}) = \dfrac{(-2^{\frac{1}{3}})^2}{-2-1} = -\dfrac{4^{\frac{1}{3}}}{3}$

$\therefore$ හැරුම් ලක්ෂ්‍යය $\equiv (0,0)$ හා $(-2^{\frac{1}{3}}, -\dfrac{4^{\frac{1}{3}}}{3})$ වේ.

5 5

35

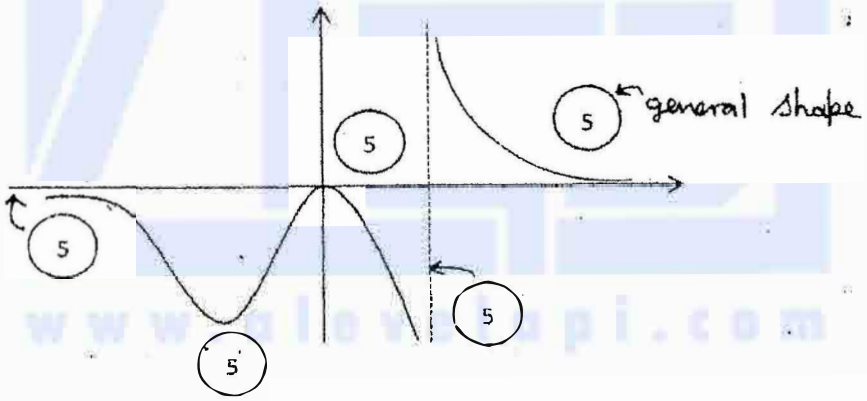
$x \to +\infty$ විට $f(x) \to 0$

$x \to -\infty$ විට $f(x) \to 0$

$x = 1$ දී $f(x)$ අර්ථ නොදැක්වේ.

$x \to 1^-$ විට $f(x) \to -\infty$

$x \to 1^+$ විට $f(x) \to +\infty$



25

14

(b)

රූපයේ අයුරු ගෙවන්නේ පරිමිතිය; $P = 18x + 4y$ ⟶ (1) 5

ගෙවන්නේ වර්ගඵලය; $800 = 4xy + 8x^2$ ⟶ (2) 5

(2) න්, $y = \dfrac{200}{x} - 2x$ 5

$\therefore P = 18x + 4\left(\dfrac{200}{x} - 2x\right)$

$= 10x + \dfrac{800}{x}$ 5

20

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$y = \dfrac{2(100 - x^2)}{x}$ (5)

(5)

$y > 0$ සහ $x > 0$ බැවින්, $100 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 100 \Rightarrow x < 10$; $(\because x > 0)$ (5)

$\therefore \underline{0 < x < 10}$

15

$\dfrac{dP}{dx} = 10 - \dfrac{800}{x^2}$ (10)

(5) $\dfrac{dP}{dx} = 0 \Leftrightarrow 10 - \dfrac{800}{x^2} = 0$ (5)

$\Leftrightarrow x^2 = 80$

$\Leftrightarrow \underline{x = 4\sqrt{5}}$; $0 < x < 10$ (5)

25

---

x	$0 < x < 4\sqrt{5}$	$4\sqrt{5} < x < 10$
$\dfrac{dP}{dx} = 10 - \dfrac{800}{x^2}$ හි ලකුණ	(-)	(+)
	P අඩු වේ	P වැඩි වේ

(10)

$\therefore x = 4\sqrt{5}$ විට අවම අගයක් ගනී

$\therefore$ අවම පරිමිතිය $= 10 \times 4\sqrt{5} + \dfrac{800}{4\sqrt{5}}$

$= 40\sqrt{5} + 40\sqrt{5}$

$= \underline{80\sqrt{5}\ m}$ (5)

15

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(a)

15 $\int x^2 \sin^{-1} x \, dx = \int \sin^{-1} x \; d\left(\frac{x^3}{3}\right) dx$ (5)

$= \frac{x^3}{3}\sin^{-1} x - \frac{1}{3}\int x^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

(5) (10)

$= \frac{x^3}{3}\sin^{-1} x + \frac{1}{3}\int x^2 \, d(\sqrt{1-x^2})$ (10)

$= \frac{x^3}{3}\sin^{-1} x + \frac{1}{3}\left[x^2\sqrt{1-x^2} - \frac{1}{3}\int \sqrt{1-x^2}\; 2x \; dx\right]$

(5) (5)

$= \frac{x^3}{3}\sin^{-1} x + \frac{1}{3}\, x^2\sqrt{1-x^2} + \frac{2}{9}(1-x^2)^{3/2} + C$

(5) (5)

C යනු අඛිමත නියතයකි.

---

15 (b)

$\frac{x^2+3x+4}{(x^2-1)(x+1)^2} = \frac{x^2+3x+4}{(x-1)(x+1)^3}$ (5)

$\frac{x^2+3x+4}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+1)} + \frac{C}{(x+1)^2} + \frac{D}{(x+1)^3}$ (10)

$x^2 + 3x + 4 = A(x+1)^3 + B(x+1)^2(x-1) + C(x-1)(x+1) + D(x-1)$

$x = 1; \quad 1 + 3 + 4 = 8A \implies A = 1$

$x = -1; \quad 1 - 3 + 4 = -2D \implies D = -1$

www.alevelapi.com

x^3 හි සංගුණක සැසඳීමෙන් ; $0 = A + B \implies B = -A = -1$

x^2 හි සංගුණක සැසඳීමෙන් ; $1 = 3A - B + 2B + C \implies C = -1$

$\therefore \frac{x^2+3x+4}{(x^2-1)(x+1)^2} = \frac{1}{(x-1)} - \frac{1}{(x+1)} - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+1)^3}$ (10)

$\int \frac{x^2+3x+4}{(x^2-1)(x+1)^2}dx = \int \frac{1}{(x-1)}dx - \int \frac{1}{(x+1)}dx - \int \frac{1}{(x+1)^2}dx - \int \frac{1}{(x+1)^3}dx$ (5)

$= \ln|x-1| - \ln|x+1| + \frac{1}{(x+1)} + \frac{1}{2(x+1)^2} + C$ (20)

C යනු අඛිමත නියතයකි.

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(c) (15)

$$aI+bJ=\int_0^{\pi/2}\frac{a^2+b^2+a\cos x+b\sin x}{a^2+b^2+a\cos x+b\sin x}dx=\int_0^{\pi/2}dx=x\Big|_0^{\pi/2}=\frac{\pi}{2} \longrightarrow (1)$$

5 5 5

$$bI-aJ=\int_0^{\pi/2}\frac{ba+b\cos x-ab-a\sin x}{a^2+b^2+a\cos x+b\sin x}dx \longrightarrow (2)$$ 5

$$\ln(a^2+b^2+a\cos x+b\sin x)\Big|_0^{\pi/2}$$, 10 $a^2+b^2>1$ නිසා

$$=\ln(a^2+b^2+b)-\ln(a^2+b^2+a)$$ 10

$$=\ln\left(\frac{a^2+b^2+b}{a^2+b^2+a}\right)$$

$$(1)\times a+(2)\times b \Rightarrow I=\frac{1}{a^2+b^2}\left\{a\frac{\pi}{2}+b\ln\left(\frac{a^2+b^2+b}{a^2+b^2+a}\right)\right\}$$ 5

$$(1)\times b+(2)\times a \Rightarrow J=\frac{1}{a^2+b^2}\left\{b\frac{\pi}{2}-a\ln\left(\frac{a^2+b^2+b}{a^2+b^2+a}\right)\right\}$$ 5

50

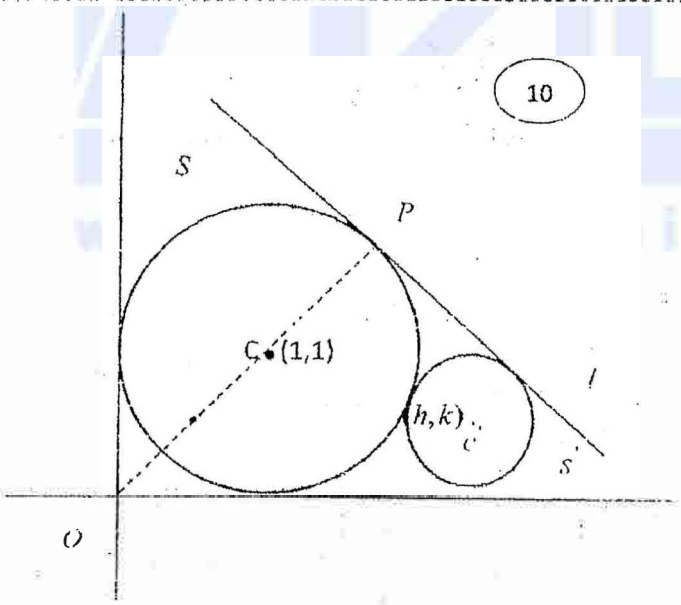
---

(16) 5

$S\equiv x^2+y^2-2x-2y+1=0$ වෘත්තයේ සමීකරණය $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ ලෙස ලිවිය හැක.

$\therefore$ කේන්ද්‍රය $\equiv(1,1)$ 5 අරය $=1$ 5

15



10

10

---

5 5 5 5

$OP=OC+CP=\sqrt{2}+1$, සහ $P\equiv(OP\cos\frac{\pi}{4},OP\sin\frac{\pi}{4})$ වන නිසා

(18)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දේ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

$P \equiv (1+\frac{1}{\sqrt{2}}, 1+\frac{1}{\sqrt{2}})$ වේ.

20

CP රේඛාවේ අනුක්‍රමනය $=1$, 5 $OP \perp l$ නිසා l රේඛාවේ අනුක්‍රමනය $=-1$ 5

$\therefore$ l රේඛාවේ සමීකරණය $\left[y-\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right]=-1\left[x-\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right]$ 10

$\Rightarrow x+y=2+\sqrt{2}$ 5

25

$(0,0)$ හා (h,k) ලක්ෂ්‍ය දෙක l: $x+y-(2+\sqrt{2})=0$ රේඛාවේ එකම පැත්තේ පිහිටයි. 5

$\therefore$ $-(2+\sqrt{2})\left[h+k-(2+\sqrt{2})\right]>0$ 5

$\Rightarrow$ $h+k<2+\sqrt{2}$. 5

15

$C'=(h,k)$ සිට l රේඛාවට ලම්බක දුර d නම්

$d=\frac{\left|h+k-(2+\sqrt{2})\right|}{\sqrt{2}}$ 10

$d=\frac{(2+\sqrt{2})-(h+k)}{\sqrt{2}}$ 5 $\left(\because\ h+k<2+\sqrt{2}\right)$

S' වෘත්තය l රේඛාව ස්පර්ශ කරන බැවින් ඉහත ලම්බ දුර S' හි අරයට සමාන විය යුතුය. 10

S හා S' වෘත්ත දෙක බාහිරව ස්පර්ශ වන බැවින්

$CC'=1+d$ 10

$\Rightarrow$ $CC'^2=(1+d)^2$

$\Rightarrow$ $(h-1)^2+(k-1)^2=\left[1+\frac{(2+\sqrt{2})-(h+k)}{\sqrt{2}}\right]^2$ 10

$\Rightarrow$ $2h^2+2k^2-4h-4k+4=\left[2+2\sqrt{2}-h-k\right]^2$

$=(2+2\sqrt{2})^2-2(2+2\sqrt{2})h-2(2+2\sqrt{2})k+2hk+h^2+k^2$ 15

$\Rightarrow$ $h^2-2hk+k^2+4\sqrt{2}(h+k)=8(\sqrt{2}+1)$ 5

65

---

www.alevelapi.com

Aevel Apis උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාල සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(17) a) $\cos\alpha + \cos\beta - \cos\gamma - \cos(\alpha+\beta+\gamma)$

$= \cos\alpha + \cos\beta - (\cos\gamma + \cos(\alpha+\beta+\gamma))$ (5)

$= 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) - 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta+2\gamma}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$ (5) + (5)

$= 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\left[\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) - \cos\left(\frac{\alpha+\beta+2\gamma}{2}\right)\right]$ (5)

$= 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)2\sin\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}\right)\sin\left(\frac{\beta+\gamma}{2}\right)$ (5)

$= 4\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha+\gamma)\sin\frac{1}{2}(\beta+\gamma)$

25

---

(17) b) $f(x) = 2\sin^2\frac{x}{2} + 2\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} + 4\cos^2\frac{x}{2}$

$= (1-\cos x) + \sqrt{3}\sin x + 2(1+\cos x)$ (10)

$= \sqrt{3}\sin x + \cos x + 3$

$= 2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x\right] + 3$ (5)

$= 2\left[\cos\frac{\pi}{6}\sin x + \sin\frac{\pi}{6}\cos x\right] + 3$ (5)

$= 2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) + 3$ (5)

$a = 2, \quad b = 3, \quad \theta = \frac{\pi}{6}$

(10)

35

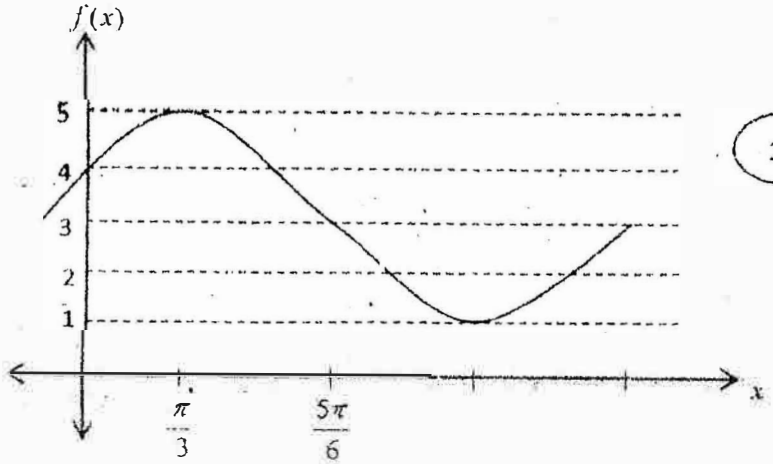
$-1 \le \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \le 1$ (5)

$-2 \le 2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \le 2$ (5)

$-2+3 \le 2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+3 \le 2+3$

$1 \le f(x) \le 5$ (5)

15



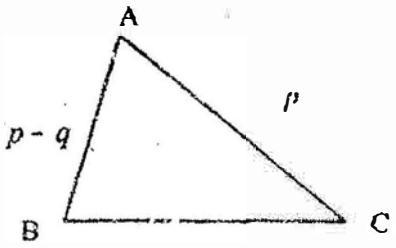
20

20

(20)

උසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.

(17)



සයින් නීතිය යෙදීමෙන්,

$\frac{\sin A}{p+q} = \frac{\sin B}{p} = \frac{\sin C}{p-q} = k$ යැයි සිතමු. (5)

(5) (5)

$\Rightarrow \sin A - 2\sin B + \sin C = k(p+q) - 2kp + k(p-q) = 0$ (10)

25

$\text{Sin}\, A + \sin C = 2\sin B$

$2\sin\frac{A+C}{2}\cos\frac{A-C}{2} = 2\sin(\pi - \overline{A+C})$ (5) + (5)

$\sin\frac{A+C}{2}\cos\frac{A-C}{2} = \sin(A+C)$ (5)

$\sin\left(\frac{A+C}{2}\right)\cos\left(\frac{A-C}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{A+C}{2}\right)\cos\left(\frac{A+C}{2}\right)$ (5)

$\cos\left(\frac{A-C}{2}\right) = 2\cos\left(\frac{A+C}{2}\right)$ (5)

$\left(0 < \frac{A+C}{2} < \frac{\pi}{2} \quad \therefore \quad \sin\left(\frac{A+C}{2}\right) > 0\right)$ (5)

30

Alevel ඇසස් පෙළ විද්‍යා/ගණිත/කලා/වාණිජ හා තාක්ෂණ විෂය ධාරාවන්ට අදාළ සියලුම ප්‍රශ්න පත්‍ර/සටහන් හා තවත් බොහෝ දෑ ලබා ගැනීමට පිවිසෙන්න www.alevelapi.com වෙත.